

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΠΟΣΟΣΤΑ ΚΑΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Α' Γυμνασίου



1. Ένας παραγωγός καυτερής πιπεριάς τον Ιανουάριο είχε παραγωγή 30.600 πιπεριές.

- i.) Τη πρώτη εβδομάδα πούλησε τα $\frac{25}{3}$ % της παραγωγής στη τιμή των 0,4\$/τμχ
- ii.) Τη δεύτερη εβδομάδα υπήρξαν αυξήσεις στη τιμή του τεμαχίου κατά 25% και ο παραγωγός κατάφερε να πουλήσει το 30% της υπολειπόμενης παραγωγής
- iii.) Τη τρίτη εβδομάδα πούλησε σε ίδια τιμή το, στρογγυλοποιημένο στις δεκάδες, μισό των τεμαχίων που περίσσεψαν
- iv.) Τη τελευταία εβδομάδα του Ιανουαρίου, κατάφερε να πουλήσει τα τελευταία κομμάτια με τιμή το 75% αυτής, της πρώτης εβδομάδας.

- α.) Ποιά εβδομάδα έβγαλε το μεγαλύτερο κέρδος ο παραγωγός και ποιό ήταν αυτό;
- β.) Ποιά εβδομάδα πούλησε τα περισσότερα τεμάχια και πόσα ήταν αυτά;
- γ.) Να βρείτε το μέσο όρο εσόδων ανά εβδομάδα.
- δ.) Αν το 25% των εσόδων είναι φόροι που πρέπει να πληρώσει ο παραγωγός στο κράτος, να υπολογίσετε το ποσό που θα πάρει το κράτος και το τελικό μηνιαίο εισόδημα του παραγωγού για τον Ιανουάριο.
- ε.) Να βρείτε τη μέση τιμή πώλησης του τεμαχίου με στρογγυλοποίηση στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο.
- στ.) Τον επόμενο μήνα η παραγωγή του αυξάνεται κατά 26% , να υπολογίσετε από πόσες πιπεριές αποτελείται παραγωγή του Φεβρουαρίου.



2. Ένας επενδυτής θέλει να επενδύσει στο κρυπτονόμισμα ACH (Alchemy Pay) το οποίο κοστίζει μόλις 0,03\$/κρυπτονόμισμα. Ο επενδυτής διαθέτει 33,3\$ για το συγκεκριμένο νόμισμα, και η επενδυτική πλατφόρμα κρατάει 10% με την επένδυση αλλά του δίνεται δώρο 1 ACH.

- α.) Να υπολογίσετε το ποσό που κράτησε η πλατφόρμα.
- β.) Να υπολογίσετε τον αριθμό κρυπτονομισμάτων που έχει ο επενδυτής.
- γ.) Να βρείτε την τιμή που πρέπει να φτάσει το ACH έτσι ώστε ο επενδυτής να επανέλθει στο αρχικό ποσό που έδωσε πριν την ζημιά της προμήθειας.(33,3\$)
- δ.) Να βρείτε το ποσοστό αύξησης της τιμής του ACH στη περίπτωση γ.)
- ε.) Να βρείτε την τιμή που πρέπει να φτάσει το ACH έτσι ώστε ο επενδυτής να έχει συνολικά κρυπτονομίσματα αξίας 150% του αρχικού ποσού πριν την ζημιά της προμήθειας.
- στ.) Να βρείτε το ποσοστό αύξησης της τιμής του ACH στη περίπτωση δ.)



3. Το τμήμα A2 του πρώτου Γυμνασίου της Περαιάς, αποτελείται από 25 μαθητές, δίνεται επίσης πως τα κορίτσια είναι 50% περισσότερα από τα αγόρια. Το τμήμα γράφει διαγώνισμα στα μαθηματικά. Πάνω από τη βάση έγραψαν 5 κορίτσια και 4 αγόρια. ($\frac{1}{3} = 0,3\bar{3} = 0,3333\dots$ διαβάζεται: Μηδέν κόμμα τρία μπάρ(bar))

α.) Να υπολογίσετε από πόσα αγόρια και από πόσα κορίτσια απαρτίζεται το τμήμα

β.) Τι ποσοστό των μαθητών του τμήματος είναι αγόρια και τι κορίτσια;

γ.) Να υπολογίσετε το ποσοστό των αγοριών που έγραψαν πάνω από τη βάση.

δ.) Να υπολογίσετε το ποσοστό των κοριτσιών που έγραψαν πάνω από τη βάση.

ε.) Να υπολογίσετε το ποσοστό των παιδιών που έγραψαν πάνω από τη βάση.

στ.) Αν το ποσοστό των ατόμων που ξεπέρασαν τη βάση είναι εννέα φορές μεγαλύτερο από το ποσοστό των παιδιών που έγραψαν πάνω από 19, να υπολογίσετε πόσα άτομα πήραν βαθμό μεγαλύτερο του 19.



4. Μεταξύ 3 κορυφαίων ομάδων του NBA, αποφασίστηκε να διεξαχθεί ένα πρωτάθλημα τριών αγώνων για να ανακηρυχθεί ένας από τους τρεις παρακάτω παίκτες ως ο MVP της σεζόν. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι παίκτες και τα εύστοχα από το σύνολο των προσπαθειών, για καλάθι, ανά αγώνα. Δίνεται ότι κάθε εύστοχη βολή μετρά για έναν πόντο.

Αγώνες\Παίκτης	JAMES HARDEN	KEVIN DURANT	LEBRON JAMES
1ος	13 στα 25	4 στα 20	4 στα 10
2ος	8 στα 16	7 στα 21	7 στα 28
3ος	6 στα 9	7 στα 9	4 στα 12

α.) Να υπολογίσετε το ποσοστό ευστοχίας ανά αγώνα για τον κάθε παίκτη ξεχωριστά.

β.) Να υπολογίσετε το συνολικό ποσοστό ευστοχίας για κάθε παίκτη σε ολόκληρο το πρωτάθλημα και τελικά ποιός ανακηρύχθηκε MVP.

γ.) Να υπολογίσετε για κάθε παίκτη ξεχωριστά τον μέσο όρο καλάθιων ανά αγώνα που πέτυχε.

δ.) Αν ο Harden πέτυχε 2 βολές και από τα υπόλοιπα εύστοχα καλάθια το 8% ήταν τρίποντα, πόσους πόντους πέτυχε συνολικά ο Harden;



ε.) Αν το 75% των καλαθιών του Durant στρογγυλοποιημένα ήταν δίποντα και από τα υπόλοιπα τα μισά τους ήταν βολές, πόσους πόντους πέτυχε συνολικά ο Durant;

στ.) Αν το $33,3\bar{3}$ των καλαθιών του Lebron ήταν τρίποντα και το διπλάσιο των διπόντων αυξημένο κατά τρία είναι ίσο με το εξαπλάσιο τους μειωμένο κατά ένα, πόσους πόντους πέτυχε συνολικά ο Lebron;



5. Ταξιδεύοντας με πολύ μεγάλες ταχύτητες και προσεγγίζοντας την ταχύτητα του φωτός ο χρόνος κυλά όλο και πιο αργά. Όπως λέγεται “ταξιδεύουμε πιο αργά στον χρόνο, όσο ταξιδεύουμε γρηγορότερα στον χώρο” (διατυπώθηκε στη θεωρία της σχετικότητας) το φαινόμενο αυτό ονομάζεται << Διαστολή του χρόνου>>.

Υποθέτουμε ότι ένα επανδρωμένο διαστημόπλοιο έχει φτάσει μια ταχύτητα πολλή μεγάλη και έτσι ο χρόνος περνάει 35% πιο αργά από ότι στη γη.

α.) Αν πέρασαν 20 δευτερόλεπτα στη γη, πόσα δευτερόλεπτα πέρασαν για τους αστροναύτες του διαστημόπλοιου;

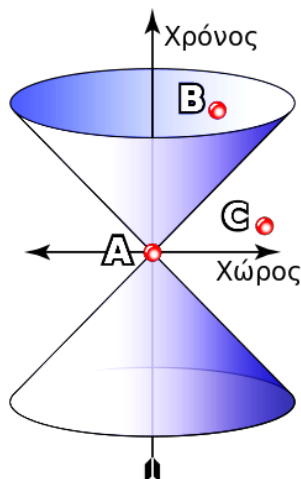
β.) Αν πέρασαν 91 λεπτά για τους αστροναύτες, πόσα λεπτά πέρασαν στη γη;

γ.) Αν πέρασαν 364 μέρες στο διαστημόπλοιο, πόσες μέρες πέρασαν στη γη;

δ.) Αν η διάρκεια ζωής των ανθρώπων δεν ξεπερνά τα 120 έτη, θα μπορούσε ένας αστροναύτης να ζήσει 180 γήινα χρόνια, αν υποθέσουμε πως γεννήθηκε στο διαστημόπλοιο αυτό;

ε.) Το διαστημόπλοιο αυξάνει ταχύτητα και πλέον οι 150 μέρες στο διαστημόπλοιο αντιστοιχούν σε 450 μέρες στη γη, πόσο τις εκατό πιο αργά κυλά ο χρόνος στο διαστημόπλοιο σε σύγκριση με τη γη;

στ.) Τώρα το διαστημόπλοιο μειώνει ταχύτητα με αποτέλεσμα πλέον οι 50 γήινες ώρες να αντιστοιχούν σε 44 ώρες στο διαστημόπλοιο, πόσο τις εκατό πιο αργά κυλά ο χρόνος στο διαστημόπλοιο σε σύγκριση με τη γη;



ΑΓΓΕΛΑΚΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

Α' Γυμνασίου



i.) Τη πρώτη εβδομάδα πούλησε $\frac{25}{100} \cdot 30.600 = \frac{25}{100} \cdot 30.600 =$
 $= \frac{25}{300} \cdot 30.600 = \frac{25 \cdot 306}{3} = 25 \cdot 102 = 2.550$ πιπεριές σε τιμή 0,4\$, έτσι έβγαλε
 $2.550 \cdot 0,4 = 255 \cdot 4 = 1.020\$$ και περίσσεψαν $30.600 - 2.550 = 28.050$ πιπεριές

ii.) Τη δεύτερη εβδομάδα πούλησε $\frac{30}{100} \cdot 28.050 = 3 \cdot 2.805 = 8.415$ πιπεριές σε τιμή
 $0,4 + \frac{25}{100} \cdot 0,4 = 0,4 + \frac{1}{4} \cdot 0,4 = 0,4 + 0,1 = 0,5\$$, έτσι έβγαλε $8.415 \cdot 0,5 = 4.207,5\$$
και περίσσεψαν $28.050 - 8.415 = 19.635$

iii.) Είναι $\frac{19.635}{2} = 9.817,5$ και μετά από στρογγυλοποίηση στις δεκάδες είναι
9.820. Έτσι την τρίτη εβδομάδα πούλησε 9820 πιπεριές σε τιμή 0,5\$ και έτσι
έβγαλε $9.820 \cdot 0,5 = 4.910\$$ και περίσσεψαν $19.635 - 9.820 = 9.815$ πιπεριές

iv.) Την τελευταία εβδομάδα πούλησε 9815 πιπεριές σε τιμή $\frac{75}{100} \cdot 0,4 = \frac{3}{4} \cdot 0,4 =$
 $= 3 \cdot 0,1 = 0,3\$$ και έτσι έβγαλε $9.815 \cdot 0,3 = 2.944,5\$$.

α.) Την 3η εβδομάδα, έβγαλε 4.910\$

β.) Την 3η εβδομάδα, πούλησε 9.820 τεμάχια

γ.) Τα συνολικά έσοδα είναι $1.020 + 4.207,5 + 4.910 + 2.944,5 = 13.082\$$ και ήταν 4
οι εβδομάδες, άρα ο μέσος όρος εσόδων ανά εβδομάδα είναι $\frac{13.082}{4} = 3.270,5\$$

δ.) Το κράτος θα πάρει $\frac{25}{100} \cdot 13.082 = \frac{1}{4} \cdot 13.082 = 3.270,5\$$

και ο παραγωγός θα πάρει $13.082 - 3.270,5 = 9.811,5\$$

ε.) Πουλήθηκαν συνολικά 30.600 τεμάχια και εισπράχθηκαν 13.082\$, έτσι η

μέση τιμή πώλησης ανά τεμάχιο είναι $\frac{13.082}{30.600} = 0,427$, και μετά από

στρογγυλοποίηση στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο μπορούμε να πούμε πως είναι
0,4\$.

στ.) Η παραγωγή του Φεβρουαρίου θα είναι $30.600 + \frac{26}{100} \cdot 30.600 =$
 $= 30.600 + 26 \cdot 306 = 30.600 + 7.956 = 38.556$ πιπεριές.



α.) Η πλατφόρμα θα κρατήσει $\frac{10}{100} \cdot 33,3 = \frac{33,3}{10} = 3,33\$$

β.) Ο επενδυτής θα έχει $\frac{33,3 - 3,33}{0,03} + 1 = \frac{29,97}{0,03} + 1 = 999 + 1 = 1.000$ ΑΧΗ

γ.) Έστω x η ζητούμενη τιμή, θα πρέπει $1.000 \cdot x = 33,3$ δηλ. $x = \frac{33,3}{1.000} = 0,0333\$$

δ.) Η αύξηση ήταν κατά $0,0333 - 0,03 = 0,0033\$$, έστω y το ζητούμενο ποσοστό,

θα πρέπει $\frac{0,0033}{0,03} = \frac{y}{100}$, δηλ. $y = \frac{0,33}{0,03} = 11$, έτσι η αύξηση ήταν κατά 11%

ε.) Όμοια με το γ.) $1.000 * x = \frac{150}{100} * 33,3$ δηλ. $1.000 * x = \frac{3}{2} * 33,3 = 49,95$

έτσι $x = 0,04995\$$

στ.) Όμοια με το δ.) Η αύξηση είναι κατά $0,04995 - 0,03 = 0,01995\$$,

θα πρέπει λοιπόν $\frac{0,01995}{0,03} = \frac{y}{100}$, δηλ. $y = \frac{199,5}{3} = 66,5$, έτσι η αύξηση ήταν 66,5%.



3. α.) Έστω x τα αγόρια, τότε τα κορίτσια θα είναι $x + \frac{50}{100} * x = x + 0,5x = 1,5x$

Άρα στο σύνολο τους, αγόρια και κορίτσια θα είναι $x + 1,5x = 25$ δηλ. $2,5x = 25$

οπότε $x = \frac{25}{2,5} = 10$. Τελικά το τμήμα αποτελείται από 10 αγόρια και 15 κορίτσια.

β.) Έστω ψ το ποσοστό των αγοριών της τάξης, τότε $\frac{10}{25} = \frac{\psi}{100}$ δηλ.

$\psi = \frac{100 * 10}{25} = 4 * 10 = 40$, Άρα το 40% του τμήματος είναι αγόρια και άρα το 60% θα είναι κορίτσια

γ.) Έστω x το ζητούμενο ποσοστό, τότε $\frac{4}{10} = \frac{x}{100}$ δηλ. $x = \frac{400}{10} = 40$,

άρα πάνω από τη βάση έγραψε το 40% των αγοριών.

δ.) Έστω ω το ζητούμενο ποσοστό, τότε $\frac{5}{15} = \frac{\omega}{100}$ δηλ. $\omega = \frac{100}{3} = 66,6\bar{6}$

άρα πάνω από τη βάση έγραψε το $66,6\bar{6}\%$ των κοριτσιών.

ε.) Έστω λ το ζητούμενο ποσοστό, τότε $\frac{9}{25} = \frac{\lambda}{100}$ δηλ. $\lambda = \frac{100 * 9}{25} = 4 * 9 = 36$

άρα πάνω από τη βάση έγραψε το 36% των παιδιών του τμήματος.

στ.) Έστω ζ ο αριθμός των παιδιών που έγραψαν πάνω από 19. Τότε,

$36\% = 9 * \zeta$ δηλ. $\zeta = \frac{36}{9} \% = 4\%$, Άρα πάνω από 19 έγραψαν $\frac{4}{100} * 25 = \frac{4}{4} = 1$,

μαθητής.



4. α.) HARDEN: 1ος αγώνας : $\frac{13}{25} = \frac{x}{100}$ δηλ. $\frac{13 * 100}{25} = x$ δηλ. $x = 13 * 4 = 52$

άρα έχει ποσοστο επιτυχίας στο πρώτο αγώνα 52%.

2ος αγώνας : $\frac{8}{16} = \frac{x}{100}$ δηλ. $\frac{1 * 100}{2} = x$ δηλ. $x = 13 = 50$, άρα έχει ποσοστο επιτυχίας στο δεύτερο αγώνα 50%.

3ος αγώνας : $\frac{6}{9} = \frac{x}{100}$ δηλ. $\frac{200}{3} = x$ δηλ. $x = 66,6\bar{6}$, άρα έχει ποσοστο επιτυχίας στο τρίτο αγώνα $66,6\bar{6}\%$.

KEVIN DURANT: 1ος αγώνας : $\frac{4}{20} = \frac{x}{100}$ δηλ. $\frac{4 * 100}{20} = x$ δηλ. $x = 5 * 4 = 20$

άρα έχει ποσοστο επιτυχίας στο πρώτο αγώνα 20%.

2ος αγώνας : $\frac{7}{21} = \frac{X}{100}$ δηλ. $\frac{1 \cdot 100}{3} = X$ δηλ. $X = 33,3$,άρα έχει ποσοστό επιτυχίας στο δεύτερο αγώνα $33,3\%$.

3ος αγώνας : $\frac{7}{9} = \frac{X}{100}$ δηλ. $\frac{700}{9} = X$ δηλ. $X = 77,7$,άρα έχει ποσοστό επιτυχίας στο τρίτο αγώνα $77,7\%$

LEBRON: 1ος αγώνας : $\frac{4}{10} = \frac{X}{100}$ δηλ. $\frac{4 \cdot 100}{10} = X$ δηλ. $X = 10 \cdot 4 = 40$

άρα έχει ποσοστό επιτυχίας στο πρώτο αγώνα 40% .

2ος αγώνας : $\frac{7}{28} = \frac{X}{100}$ δηλ. $\frac{1 \cdot 100}{4} = X$ δηλ. $X = 25$,άρα έχει ποσοστό επιτυχίας στο δεύτερο αγώνα 25% .

3ος αγώνας : $\frac{4}{12} = \frac{X}{100}$ δηλ. $\frac{100}{3} = X$ δηλ. $X = 33,3$,άρα έχει ποσοστό επιτυχίας στο τρίτο αγώνα $33,3\%$

β.) HARDEN: Έστω x το ζητούμενο ποσοστό, τότε $\frac{13+8+6}{25+16+9} = \frac{x}{100}$ δηλ. $\frac{27}{50} = \frac{x}{100}$,

τότε $x = \frac{27 \cdot 100}{50} = 27 \cdot 2 = 54$, άρα 54%

Durant: Έστω x το ζητούμενο ποσοστό, τότε $\frac{4+7+7}{20+21+9} = \frac{x}{100}$ δηλ. $\frac{18}{50} = \frac{x}{100}$, τότε $x =$

$\frac{18 \cdot 100}{50} = 18 \cdot 2 = 36$, άρα 36%

Lebron: Έστω x το ζητούμενο ποσοστό, τότε $\frac{4+7+4}{10+28+12} = \frac{x}{100}$ δηλ. $\frac{15}{50} = \frac{x}{100}$, τότε

$x = \frac{15 \cdot 100}{50} = 15 \cdot 2 = 30$, άρα 30%

γ.) Ο Harden έβαλε 27 καλάθια σε 3 αγώνες άρα ο μέσος όρος καλάθιων ανά αγώνα είναι $\frac{27}{3} = 9$ καλάθια.

Ο Durant έβαλε 18 καλάθια σε 3 αγώνες άρα ο μέσος όρος καλάθιων ανά αγώνα είναι $\frac{18}{3} = 6$ καλάθια.

Ο Lebron: έβαλε 15 καλάθια σε 3 αγώνες άρα ο μέσος όρος καλάθιων ανά αγώνα είναι $\frac{15}{3} = 5$ καλάθια.

δ.) Έβαλε 2 βολές μένουν άλλα 25 καλάθια, από αυτά $\frac{8}{100} \cdot 25 = \frac{8}{4} = 2$ ήταν τρίποντα και άρα 23 ήταν 2 πόντα. Άρα έβαλε συνολικά $2 \cdot 1 + 23 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 54$ πόντους.

ε.) Οι $\frac{75}{100} \cdot 18 = \frac{3}{4} \cdot 18 = 13,5$ και στρογγυλοποιημένα, οι 14 από αυτές ήταν δίποντα, από τις 4 που έμειναν, οι 2 ήταν τρίποντα και οι 2 βολές. Άρα έβαλε συνολικά $2 \cdot 1 + 14 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 36$ πόντους

στ.) Οι $\frac{33,3}{100} \cdot 15 = \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$ ήταν τρίποντα, και αν x τα δίποντα τότε, $2x + 3 = 6x - 1$

δηλ. $4x = 4$ οπότε $x = 1$ δίποντο, και άρα έβαλε 9 βολές. Άρα έβαλε συνολικά $9 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 36$ πόντους.

5.

α.) Για τους αστροναύτες θα πέρασαν $20 - \frac{35}{100} * 20 = 20 - 7 = 13$.

β.) Έστω χ τα λεπτά που πέρασαν στη γη, $\chi - \chi * \frac{35}{100} = 91$, δηλ. $\frac{65}{100} * \chi = 91$

τότε, $\chi = \frac{9 \cdot 100}{65} = 140$ λεπτά.

γ.) Έστω χ οι μέρες στη γη, $\chi - \chi * \frac{35}{100} = 364$, δηλ. $\frac{65}{100} * \chi = 364$ τότε, $\chi = \frac{36 \cdot 400}{65} = 560$ μέρες.

δ.) Τα 180 γήινα έτη αντιστοιχούν σε $180 - \frac{35}{100} * 180 = \frac{65}{100} * 180 = 117$ έτη στο διαστημόπλοιο, που δεν ξεπερνά τα 120 έτη, άρα θα ήταν δυνατό.

ε.) Έστω χ το ζητούμενο ποσοστό, τότε $450 - \frac{\chi}{100} * 450 = 150$

δηλ. $\frac{100 - \chi}{100} * 450 = 150$, οπότε $\frac{1 \cdot 500}{45} = 100 - \chi$, άρα $33, \bar{3} = 100 - \chi$, έτσι $\chi = 100 - 33, \bar{3} = 66, \bar{6}$, άρα ο χρόνος στο διαστημόπλοιο περνάει κατά $66, \bar{6}\%$ πιο αργά.

στ.) Έστω χ το ζητούμενο ποσοστό, τότε $50 - \frac{\chi}{100} * 50 = 44$ δηλ.

$\frac{100 - \chi}{100} * 50 = 44$, οπότε $\frac{4 \cdot 400}{50} = 100 - \chi$, άρα $88 = 100 - \chi$, έτσι $\chi = 100 - 88 = 12$, άρα ο χρόνος στο διαστημόπλοιο περνάει κατά 12% πιο αργά.

ΑΓΓΕΛΑΚΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

