

Κριτήριο Αξιολόγησης διάρκειας 1 ώρας στα Μαθηματικά της Β΄ Γυμνασίου
Έως τις Εξισώσεις 1^{ου} Βαθμού (Ενότητες Α1.1. – Α1.4.)

Θέμα Α (7 μονάδες)

A1. Να εκφράσετε τις παρακάτω φράσεις με τη βοήθεια μεταβλητών:

- α) Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2 ισούται με το τετράγωνο της διαφοράς του από το 1.
 β) Το τετράγωνο της διαφοράς δύο αριθμών ισούται με το γινόμενό τους.

1 μονάδα

A2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $2(x - y) + 3x - \frac{y}{2}$

β) $2x \left(4 - \frac{2y}{x} + \frac{3z}{2x} \right) - (x + y - z)$

3 μονάδες

A3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2(4x - 1) - 2 = 8 \left(x + \frac{3}{8} \right) + 1$

β) $3(x + 1) = 3(x + 2) - 1$

3 μονάδες

Θέμα Β (5 μονάδες)

B1. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\frac{5(x+2)}{7} = \frac{2x-1}{3}$

β) $\frac{2(x+5)}{3} - \frac{x}{2} = \frac{3x+7}{6} - \frac{x}{3}$

2 μονάδες

B2. Δίνονται οι εξισώσεις $\frac{x-1}{3} - \frac{5x-1}{4} = \frac{4x-2}{2} - 1$ και $\frac{3}{4}x - \frac{\omega}{2} = 2x - \frac{3}{4}\omega$ όπου x μεταβλητή και ω παράμετρος. Να βρείτε την τιμή του ω ώστε οι εξισώσεις να έχουν ίδια λύση.

3 μονάδες

Θέμα Γ (4 μονάδες)

Δίνεται το τρίγωνο του διπλανού σχήματος, το οποίο είναι ισοσκελές με βάση την ΒΓ. Γνωρίζουμε ότι:

• $AB = \frac{4(x+1)}{3} - 2$, $AG = x + 5$, $BG = 2y - 2x + z$

• $\hat{B} = 5y - 3$, $\hat{\Gamma} = y + 1$

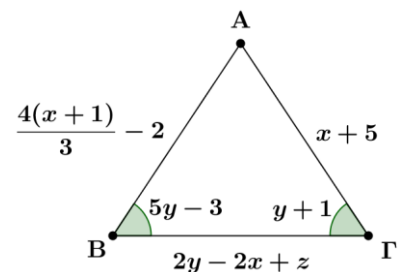
• Η περίμετρος του τριγώνου ισούται με 100 cm.

Να αποδείξετε ότι:

Γ1. $x = 17$ (1,5 μονάδες)

Γ2. $y = 1$ (0,5 μονάδα)

Γ3. $z = 112$ (2 μονάδες)

**Θέμα Δ (2 μονάδες)**

Δίνεται η εξίσωση $(\mu + 1)x + 3 = 5$ όπου x μεταβλητή και μ παράμετρος.

Δ1. Αν η εξίσωση έχει λύση τον αριθμό 2, τότε να αποδείξετε ότι $\mu = 0$.

1 μονάδα

Δ2. Αν η εξίσωση είναι αδύνατη, τότε να αποδείξετε ότι $\mu = -1$.

1 μονάδα

Θέμα Ε (2 μονάδες)

Να βρείτε 4 διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς που το άθροισμά τους ισούται με το διπλάσιο της διαφοράς του μεγαλύτερου από τον μικρότερο εξ' αυτών.

Εύχομαι κάθε επιτυχία!
Νίκος Τούντας

ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα Α

A1. α) $2x + 2 = (x - 1)^2$, **β)** $(x - y)^2 = xy$

A2. α) $2(x - y) + 3x - \frac{y}{2} = 2x - 2y + 3x - \frac{y}{2} = (2 + 3)x + \left(-2 - \frac{1}{2}\right)y = 5x + \left(-\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right)y = 5x - \frac{5}{2}y$

β) $2x\left(4 - \frac{2y}{x} + \frac{3z}{2x}\right) - (x + y - z) = 8x - \frac{4\cancel{x}y}{\cancel{x}} + \frac{2\cancel{x} \cdot 3z}{2\cancel{x}} - x - y + z =$
 $= (8 - 1)x + (-4 - 1)y + (3 + 1)z = 7x - 5y + 4z$

A3. α) $2(4x - 1) - 2 = 8\left(x + \frac{3}{8}\right) + 1$

$$8x - 2 - 2 = 8x + 3 + 1$$

$$8x - 4 = 8x + 4$$

$$8x - 8x = 4 - 4$$

$$0x = 0 \text{ ταυτότητα}$$

β) $3(x + 1) = 3(x + 2) - 1$

$$3x + 3 = 3x + 6 - 1$$

$$3x + 3 = 3x + 5$$

$$3x - 3x = 5 - 3$$

$$0x = 2$$

$$0 = 2 \text{ αδύνατη}$$

Θέμα Β

B1. α) $\frac{5(x + 2)}{7} = \frac{2x - 1}{3}$

$$15(x + 2) = 7(2x - 1)$$

$$15x + 30 = 14x - 7$$

$$15x - 14x = -7 - 30$$

$$x = -37$$

β) $\frac{2(x + 5)}{3} - \frac{x}{2} = \frac{3x + 7}{6} - \frac{x}{3}$

$$6 \cdot \frac{2(x + 5)}{3} - 6 \cdot \frac{x}{2} = 6 \cdot \frac{3x + 7}{6} - 6 \cdot \frac{x}{3}$$

$$2 \cdot 2(x + 5) - 3x = 3x + 7 - 2x$$

$$4(x + 5) - 3x = 3x + 7 - 2x$$

$$4x + 20 - 3x = 3x + 7 - 2x$$

$$4x - 3x - 3x + 2x = 7 - 20$$

$$0x = -13$$

$$0 = -13 \text{ αδύνατη}$$

B2. $\frac{x - 1}{3} - \frac{5x - 1}{4} = \frac{4x - 2}{2} - 1$

$$12 \cdot \frac{x - 1}{3} - 12 \cdot \frac{5x - 1}{4} = 12 \cdot \frac{4x - 2}{2} - 12 \cdot 1$$

$$4(x - 1) - 3(5x - 1) = 6(4x - 2) - 12$$

$$4x - 4 - 15x + 3 = 24x - 12 - 12$$

$$4x - 15x - 24x = -12 - 12 - 3 + 4$$

$$-35x = -23$$

$$x = \frac{-23}{-35}$$

$$x = \frac{23}{35}$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{\omega}{2} = 2x - \frac{3}{4}\omega$$

$$4 \cdot \frac{3}{4}x - 4 \cdot \frac{\omega}{2} = 4 \cdot 2x - 4 \cdot \frac{3}{4}\omega$$

$$3x - 2\omega = 8x - 3\omega$$

$$3x - 8x = 2\omega - 3\omega$$

$$-5x = -\omega$$

$$x = \frac{\omega}{5}$$

Για να έχουν οι δύο εξισώσεις κοινές λύσεις πρέπει $\frac{23}{35} = \frac{\omega}{5}$ δηλαδή $\omega = \frac{23}{7}$.

Θέμα Γ

Γ1. Αφού το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την ΒΓ τότε $AB = AG$, δηλαδή:

$$\begin{aligned}\frac{4(x+1)}{3} - 2 &= x + 5 \\ 3 \cdot \frac{4(x+1)}{3} - 3 \cdot 2 &= 3x + 3 \cdot 5 \\ 4x + 4 - 6 &= 3x + 15 \\ 4x - 3x &= 15 - 4 + 6 \\ x &= 17\end{aligned}$$

Γ2. Επίσης οι προσκείμενες στην βάση γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους άρα:

$$\begin{aligned}5y - 3 &= y + 1 \\ 5y - y &= 3 + 1 \\ 4y &= 4 \\ y &= 1\end{aligned}$$

Γ3. Για $x = 17$ είναι $AB = \frac{4(17+1)}{3} - 2 = \frac{4 \cdot 18}{3} - 2 = 4 \cdot 6 - 2 = 24 - 2 = 22$ cm και $AG = 17 + 5 = 22$ και

$$BG = 2 \cdot 1 - 2 \cdot 17 + z = 2 - 34 + z = z - 32$$

Η περίμετρος είναι ίση με $AB + AG + BG = 22 + 22 + z - 32 = z - 12$.

Επίσης η περίμετρος είναι 100 cm άρα $z - 12 = 100$ δηλαδή $z = 112$.

Θέμα Δ

Δ1. Αφού η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 2 τότε:

$$\begin{aligned}(\mu + 1) \cdot 2 + 3 &= 5 \\ 2\mu + 2 + 3 &= 5 \\ 2\mu &= 5 - 2 - 3 \\ 2\mu &= 0 \\ \mu &= 0\end{aligned}$$

Δ2. Για την εξίσωση έχουμε:

$$\begin{aligned}(\mu + 1)x + 3 &= 5 \\ (\mu + 1)x &= 5 - 3 \\ (\mu + 1)x &= 2\end{aligned}$$

Για να είναι αδύνατη πρέπει να είναι της μορφής $0x = 2$ άρα $\mu + 1 = 0$ δηλαδή $\mu = -1$.

Θέμα Ε

Έστω ο φυσικός αριθμός x τότε οι $x, x + 1, x + 2, x + 3$ είναι 4 διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί.

Το διπλάσιο της διαφοράς του μεγαλύτερου από τον μικρότερο εξ' αυτών είναι $2(x + 3 - x) = 2 \cdot 3 = 6$

Άρα έχουμε $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 6$

www.Askisopolis.gr

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 6$$

$$x + x + x + x = 6 - 3 - 2 - 1$$

$$4x = 0$$

$$x = 0$$

Άρα οι ζητούμενοι φυσικοί αριθμοί είναι οι 0, 1, 2, 3.

Ασκησώπολις