

ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Λυμένες ασκήσεις

1. Να βρεθούν οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$, αν η μία είναι διπλάσια της άλλης.

Λύση

Έστω $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$.

Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι ίσο με 180° .

Άρα :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$$

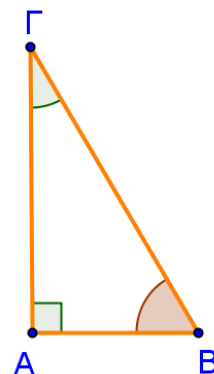
$$90^\circ + 2\hat{\Gamma} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$2\hat{\Gamma} + \hat{\Gamma} = 180^\circ - 90^\circ \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$3\hat{\Gamma} = 90^\circ$$

$$\frac{3\hat{\Gamma}}{3} = \frac{90^\circ}{3} \text{ (διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου)}$$

$$\hat{\Gamma} = 30^\circ \text{ και } \hat{B} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$



2. Στα παρακάτω σχήματα το ορθογώνιο και το τρίγωνο έχουν ίσες περιμέτρους. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου.



Λύση

Η περίμετρος ενός σχήματος ισούται με το άθροισμα των πλευρών του σχήματος

Επειδή οι απέναντι πλευρές του ορθογωνίου είναι ίσες η περίμετρος Π_1 του ορθογωνίου είναι με

$$\Pi_1 = x + x + x - 7 + x - 7 = 4x - 14.$$

Η Περίμετρος Π_2 του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίση με $\Pi_2 = x + x + x = 3x$.

Αλλά :

$$\Pi_1 = \Pi_2$$

$$4x - 14 = 3x \text{ (λύνουμε την πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς x)}$$

$$4x - 3x = 14 \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$x = 14.$$

Άρα οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι μήκος=14 και πλάτος =14-7=7.

3. Ένας πατέρας είναι σήμερα 44 ετών και ο γιός του είναι 8 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού;

Λύση

Έστω ότι μετά από x χρόνια η ηλικία η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού.

Τότε η ηλικία του πατέρα θα είναι $(44+x)$ έτη και του γιού $(8+x)$ έτη.

Επειδή η ηλικία του πατέρα θα είναι τότε τριπλάσια του γιού θα έχουμε :

$$44 + x = 3(8 + x)$$

$$44 + x = 24 + 3x \text{ (πράξεις- επιμεριστική ιδιότητα)}$$

$$x - 3x = 24 - 44 \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$-2x = -20 \text{ (πράξεις)}$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-20}{-2} \text{ (δαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου)}$$

$$x = 10 \text{ έτη.}$$

Επομένως μετά από 10 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού

4. Τρεις φίλοι μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο πρώτος πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού, ο δεύτερος πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού και ο τρίτος το $\frac{1}{3}$ του ποσού και 100€ ακόμη. Να βρείτε το αρχικό χρηματικό ποσό που μοιράστηκαν και το μερίδιο του καθενός.

Λύση

Έστω $x \in$ το αρχικό χρηματικό ποσό. Τότε ο πρώτος πήρε $\frac{1}{4}x$ €, ο δεύτερος $\frac{1}{3}x$ € και ο τρίτος

$\frac{1}{3}x + 500$ €. Το άθροισμα των χρημάτων που πήρε ο καθένας από τους φίλους ισούται με το αρχικό ποσό. Επομένως :

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 100 = x \text{ (λύνουμε την πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς x)}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{3} + \frac{x}{3} + 100 = x$$

$$12 \cdot \frac{x}{4} + 12 \cdot \frac{x}{3} + 12 \cdot \frac{x}{3} + 12 \cdot 100 = 12 \cdot x \text{ (πολλαπλασιάζουμε όλους τους όρους με το Ε.Κ.Π. = 12)}$$

-απαλοιφή παρονομαστών)

$$3x + 4x + 4x + 1200 = 12x$$

$$3x + 4x + 4x - 12x = -1200 \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$-x = -1200$$

$$x = 1200 \text{ (πολλαπλασιάζουμε επί -1)}$$

Άρα :

Το αρχικό χρηματικό ποσό που μοιράστηκαν είναι 1200 €

Ο πρώτος φίλος πήρε : $\frac{1}{4} \cdot 1200 = 300$ €

Ο δεύτερος φίλος πήρε : $\frac{1}{3} \cdot 1200 = 400$

Ο τρίτος φίλος πήρε : $1200 - 300 - 400 = 500$ €

5. Το ρεζερβουάρ ενός αυτοκινήτου περιέχει διπλάσια ποσότητα βενζίνης από το ρεζερβουάρ ενός άλλου αυτοκινήτου. Αν το πρώτο αυτοκίνητο καταναλώσει 34 λίτρα και το δεύτερο 7 λίτρα, θα μείνει ίδια ποσότητα στα δύο αυτοκίνητα. Πόσα λίτρα βενζίνης περιέχει κάθε αυτοκίνητο ;

Λύση

Έστω x η αρχική ποσότητα της βενζίνης στο δεύτερο αυτοκίνητο, τότε στο πρώτο θα είναι $2x$. Μετά την κατανάλωση, το ρεζερβουάρ του δεύτερου αυτοκινήτου θα έχει $(x-7)$ λίτρα βενζίνης ενώ του πρώτου $(2x-34)$. Επειδή θα έχουν την ίδια ποσότητα ισχύει:

$$2x - 34 = x - 7 \quad (\text{λύνουμε την πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς } x)$$

$$2x - x = 34 - 7 \quad (\text{χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους})$$

$$x = 27 \text{ λίτρα βενζίνης}$$

Άρα το ρεζερβουάρ του δεύτερου αυτοκινήτου θα έχει 27 λίτρα βενζίνης και το ρεζερβουάρ του πρώτου $2 \cdot 27 = 54$ λίτρα βενζίνης

6. Δώδεκα μικρά λεωφορεία των 8 και των 14 ατόμων μεταφέρουν συνολικά 126 επιβάτες. Πόσα λεωφορεία είναι των 8 και πόσα των 14 θέσεων ;

Λύση

Έστω x το πλήθος των λεωφορείων με 8 θέσεις, τότε το πλήθος των λεωφορείων με 14 θέσεις είναι $12-x$.

Τα 8-θέσια λεωφορεία μεταφέρουν $8x$ επιβάτες και τα 14-θέσια $14(12-x)$. Επειδή το σύνολο των επιβατών είναι 126, έχουμε την εξίσωση

$$8x + 14(12-x) = 126$$

$$8x + 168 - 14x = 126$$

$$8x - 14x = 126 - 168 \quad (\text{χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους})$$

$$-6x = -42$$

$$x = 7 \quad (\text{πολλαπλασιάζουμε επί } -1)$$

Οπότε είναι 7 λεωφορεία των 8 θέσεων και $12-7=5$ λεωφορεία των 14 θέσεων.

7. Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου είναι 8 m και 12m. Για να διπλασιάσουμε το εμβαδόν του, αυξάνουμε τη μεγαλύτερη διάσταση κατά 4m. Πόσο πρέπει να αυξήσουμε τη μικρότερη διάσταση;

Λύση



Το αρχικό εμβαδόν είναι : $E = 8 \cdot 12 = 96m^2$.

Το τελικό εμβαδόν θα είναι : $E' = 2 \cdot 96 = 192m^2$.

Τότε η μεγαλύτερη διάσταση θα είναι : $12+4=16m$.

Αν υποθέσουμε ότι η μικρή πλευρά αυξήθηκε κατά x m τότε θα είναι : $8+x$ m .

Επομένως θα έχουμε:

$$E' = 16 \cdot (8 + x)$$

$$192 = 128 + 16x \quad (\text{αντικαθιστούμε το } E' \text{ με το } E' \text{ του } - \text{ επιμεριστική ιδιότητα})$$

$$128 + 16x = 192 \quad (\text{αντιμεταθετική ιδιότητα})$$

$$16x = 192 - 128 \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$16x = 64$$

$$\frac{16x}{16} = \frac{64}{16} \text{ (διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου)}$$

$$x = 4 \text{ m.}$$

Η μικρή διάσταση θα πρέπει να αυξηθεί κατά 4 m.

8. Ο Πέτρος και ο Σάκης αμείβονται για την εργασία τους με την ώρα. Ο Πέτρος κερδίζει 2 € την ώρα περισσότερα από τον Σάκη. Όταν ο Πέτρος εργάζεται 7 ώρες και ο Σάκης 5 ώρες, ο Σάκης κερδίζει 26 € λιγότερα από τον Πέτρο. Να βρεθεί το ωρομίσθιο καθενός

Λύση

Έστω ότι x € είναι το ωρομίσθιο του Σάκη.

Τότε το ωρομίσθιο του Πέτρου είναι $(x + 2)$ €.

Για 7 ώρες ο Πέτρος θα εισπράξει $7(x + 2)$ € ενώ ο Σάκης για 5 ώρες θα εισπράξει $5x$ €.

Σύμφωνα με το πρόβλημα θα έχουμε την εξίσωση :

$$7(x + 2) = 5x + 26$$

$$7x + 14 = 5x + 26 \text{ (επιμεριστική ιδιότητα)}$$

$$7x - 5x = 26 - 14 \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$2x = 12$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \text{ (διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου)}$$

$$\text{Άρα } x = 6$$

Δηλαδή το ωρομίσθιο του Σάκη είναι 6 € και του Πέτρου είναι $(6 + 2) = 8$ €.

9. Όλα μου τα στυλό εκτός από 3 είναι μπλε, όλα μου τα στυλό εκτός από 4 είναι κόκκινα, όλα μου τα στυλό εκτός από 5 είναι μαύρα. Πόσα στυλό έχω;

Λύση

Έστω ότι έχω x στυλό.

Τότε : τα μπλε στυλό είναι $x - 3$

τα κόκκινα είναι $x - 4$ και

τα μαύρα $x - 5$

Προσθέτοντας όλα τα χρώματα βρίσκω το πλήθος των στυλό.

$$\text{Άρα : } x - 3 + x - 4 + x - 5 = x \text{ (λύνουμε την πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς } x)$$

$$x + x + x - x = 3 + 4 + 5 \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$2x = 12$$

$$\text{(διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου)}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$

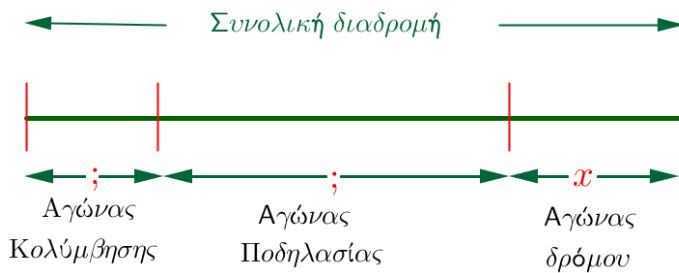
$$x = 6$$

Επομένως έχω 6 στυλό

10. Το τρίαθλο είναι ένα αγώνισμα που περιλαμβάνει έναν αγώνα κολύμβησης έναν αγώνα ποδηλασίας και έναν αγώνα δρόμου. Η συνολική απόσταση που διανύει ένας αθλητής και στα τρία αγωνίσματα είναι 51,5 km. Ο αγώνας δρόμου γίνεται σε μία απόσταση που είναι κατά 8,5 km μεγαλύτερη από την απόσταση στην οποία γίνεται ο αγώνας κολύμβησης. Ο αγώνας

ποδηλασίας γίνεται σε μία απόσταση τετραπλάσια από αυτήν του αγώνα δρόμου.

α) Υποθέτοντας ότι στο παρακάτω σχήμα το ευθύγραμμο τμήμα x παριστάνει την απόσταση στην οποία γίνεται ο αγώνας δρόμου, να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε το σχήμα με τις πληροφορίες της υπόθεσης.



β) Ποια απόσταση διανύει ένας αθλητής σε κάθε αγώνισμα ;

Λύση

α) Έστω ότι η απόσταση του αγώνα δρόμου είναι : x km
 Τότε η απόσταση του αγώνα κολύμβησης είναι : $x - 8,5$ km
 και του αγώνα ποδηλασίας είναι : $4x$ km . Τότε επειδή η
 συνολική απόσταση = αγώνας δρόμου + αγώνας κολύμβησης + αγώνας ποδηλασίας.
 Άρα $51,5 = x + x - 8,5 + 4x$

β) $51,5 = x + x - 8,5 + 4x$ (λύνουμε την πρωτοβάθμια εξίσωση ως προς x)

$$51,5 + 8,5 = x + x + 4x \text{ (χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)}$$

$$60 = 6x$$

$$6x = 60$$

(αντιμεταθετική ιδιότητα)

$$\frac{6x}{6} = \frac{60}{6}$$

(διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου)

$$\text{Άρα } x = 10$$

Επομένως ο αθλητής

διανύει : 10 km δρόμου

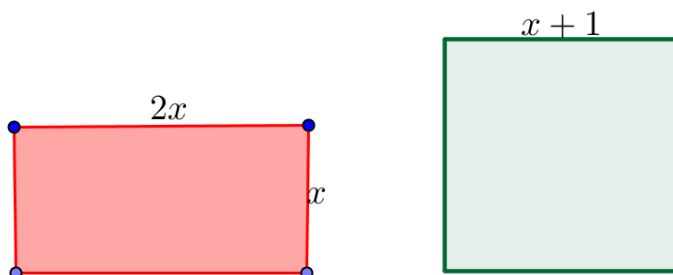
κολυμπάει $10 - 8,5 = 1,5$ km και

κάνει ποδήλατο $4 \cdot 10 = 40$ km

Ασκήσεις προς λύση

11. Να βρεθούν οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου $ΑΒΓ$, αν η μία είναι πενταπλάσια της άλλης.

12. Στα παρακάτω σχήματα το τετράγωνο και το ορθογώνιο έχουν ίσες περιμέτρους .



Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου.

13. Μία βιβλιοθήκη έχει ράφια χωρητικότητας 10 και 15 βιβλίων. Αν η βιβλιοθήκη έχει συνολικά 25 ράφια με 295 βιβλία, να βρείτε πόσα ράφια 10 θέσεων και πόσα ράφια 15 θέσεων έχει η βιβλιοθήκη;
14. Οι διαστάσεις ενός ορθογώνιου είναι 4 m και 6m. Για να τριπλασιάσουμε το εμβαδόν του, αυξάνουμε τη μικρότερη διάσταση κατά 4m. Πόσο πρέπει να αυξήσουμε τη μεγαλύτερη διάσταση;
15. Όλοι μου οι μαρκαδόροι εκτός από 4 είναι μπλε, όλοι μου οι μαρκαδόροι εκτός από 5 είναι κόκκινοι, όλοι μου οι μαρκαδόροι εκτός από 7 είναι πράσινοι. Πόσους μαρκαδόρους έχω;
16. Το διπλάσιο ενός αριθμού είναι κατά 12 μεγαλύτερο από το μισό του αριθμού. Να βρείτε τον αριθμό αυτό.
17. Να βρείτε ένα αριθμό του οποίου το τριπλάσιο του, αν το ελαττώσουμε κατά 7, δίνει τον αριθμό αυξημένο κατά 3.
18. Να βρείτε ένα αριθμό του οποίου το διπλάσιο του, αν το αυξήσουμε κατά 3 ισούται με το τριπλάσιο του ελαττωμένο κατά 6.
19. Να βρείτε ένα αριθμό του οποίου το $\frac{1}{3}$ αυξημένο κατά 3 ισούται με το μισό του ελαττωμένο κατά 2.
20. Να βρείτε τον αριθμό που πρέπει να προσθέσουμε στους όρους του κλάσματος $\frac{3}{7}$, ώστε να προκύψει κλάσμα ίσο με $\frac{2}{3}$.
21. Να βρείτε τον αριθμό που πρέπει να αφαιρέσουμε από τους όρους του κλάσματος $\frac{5}{8}$, ώστε να προκύψει κλάσμα ίσο με $\frac{1}{2}$.
22. Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 12 και το διπλάσιο του ενός αυξημένο κατά το μισό του άλλου είναι 9. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.
23. Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 24 και ο ένας είναι κατά 3 μεγαλύτερος από το διπλάσιο του άλλου. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.
24. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς με άθροισμα 195.
25. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς άρτιους αριθμούς με άθροισμα 24.
26. Ο Κώστας έχει 80€ και ο Θοδωρής έχει 70€. Ο Κώστας έδωσε ορισμένα χρήματα στον Θοδωρή και τώρα ο Κώστας έχει τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του Θοδωρή. Πόσα χρήματα έδωσε ο Κώστας στον Θοδωρή;
27. Ένας μαθητής ξόδεψε το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων του στο κυλικείο, το $\frac{1}{2}$ για την αγορά ενός τετραδίου και του έμεινε 1€. Πόσα χρήματα είχε;

- 28.Ο Δημήτρης ξόδεψε το $\frac{1}{5}$ του μισθού του για ενοίκιο ,το $\frac{1}{4}$ του μισθού του για τρόφιμα, το $\frac{1}{6}$ του μισθού του για λογαριασμούς και του έμειναν 460 €.Πόσος ήταν ο μισθός του ;
- 29.Τρεις φίλοι μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο πρώτος πήρε το $\frac{1}{6}$ του ποσού ,ο δεύτερος πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού και ο τρίτος το $\frac{1}{3}$ του ποσού και 400€ ακόμη. Να βρείτε το αρχικό χρηματικό ποσό που μοιράστηκαν και το μερίδιο του καθενός.
- 30.Τέσσερις φίλοι μοιράστηκαν ένα ποσό .Ο πρώτος πήρε το $\frac{1}{6}$ του ποσού ,ο δεύτερος πήρε το $\frac{1}{12}$ του ποσού και 50€ ακόμη ,ο τρίτος πήρε το $\frac{1}{7}$ του ποσού και 40€ ακόμη και ο τέταρτος πήρε το $\frac{1}{2}$ του ποσού. Να βρείτε το αρχικό ποσό που μοιράστηκαν οι τέσσερις φίλοι ,καθώς και πόσα χρήματα πήρε ο καθένας.
- 31.Σε μία εκδρομή ενός Λυκείου οι μαθητές της Α΄ Λυκείου είναι τριπλάσιοι από τους μαθητές της Γ΄ Λυκείου και οι μαθητές της Β΄ Λυκείου είναι τα $\frac{3}{4}$ των μαθητών της Α΄ Λυκείου. Αν οι μαθητές που συμμετείχαν στην εκδρομή ήταν 100,να βρείτε πόσοι μαθητές από κάθε τάξη συμμετείχαν στην εκδρομή.
- 32.Ένας μαθητής είναι 15 ετών και ένας καθηγητής είναι 42 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του μαθητή θα είναι το $\frac{2}{3}$ της ηλικίας του καθηγητή.
- 33.Ένας μαθητής Δημοτικού είναι 7 ετών και ένας μαθητής Λυκείου είναι 17 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του μαθητή του Λυκείου θα είναι διπλάσια από την ηλικία του μαθητή Δημοτικού.
- 34.Η Σοφία έχει σήμερα διπλάσια ηλικία από την Άννα. Πριν από 5 χρόνια η σοφία είχε τριπλάσια ηλικία από την Άννα. Να βρείτε τις σημερινές ηλικίες της Σοφίας και της Άννας.
- 35.Ένας πατέρας είναι σήμερα 41 ετών και ο γιός του είναι 9 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού του;
- 36.Οι ηλικίες μιας μητέρας και της κόρης της έχουν άθροισμα 60 χρόνια. Σε 6 χρόνια η ηλικία της μητέρας θα είναι διπλάσια από την ηλικία της κόρης .Να βρείτε τις σημερινές ηλικίες της μητέρας και της κόρης.
- 37.Ο Δημήτρης στα 3 διαγωνίσματα Μαθηματικών που έγραψε στο σχολείο είχε μέσο όρο 15.Ο βαθμός του 2ου διαγωνίσματος ήταν κατά 4 μεγαλύτερος από τον βαθμό του 1ου διαγωνίσματος και κατά 1 μικρότερος από τον βαθμό του 3ου διαγωνίσματος .Να βρείτε τους βαθμούς των τριών διαγωνισμάτων.
- 38.Σε μια γιορτή αρχικά οι άντρες ήταν διπλάσιοι από τις γυναίκες .Μετά από λίγο έφυγαν 10 ζευγάρια και οι άντρες που έμειναν ήταν τριπλάσιοι από τις γυναίκες .Να βρείτε πόσοι άντρες και πόσες γυναίκες υπήρχαν αρχικά;
- 39.Ένας πατέρας είναι σήμερα 52 ετών και έχει δύο παιδιά ηλικίας 15 και 21 ετών Μετά

από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι ίση με το άθροισμα των ηλικιών των δύο παιδιών;

40. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 36 cm. Να βρείτε τις διαστάσεις του ,αν το μήκος του είναι κατά 3 cm μεγαλύτερο από το διπλάσιο του πλάτους του.
41. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 44 cm. Να βρείτε τις διαστάσεις του ,αν το μήκος του είναι κατά 8 cm μικρότερο από το τετραπλάσιο του πλάτους του.
42. Σε ένα τρίγωνο ABΓ η γωνία \hat{A} είναι διπλάσια από τη γωνία \hat{B} και η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι ίση με το $\frac{1}{3}$ της γωνίας \hat{B} . Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου ABΓ.
43. Σε ένα τρίγωνο ABΓ η γωνία \hat{B} είναι τα $\frac{2}{3}$ της γωνίας \hat{A} και η γωνία $\hat{\Gamma}$ το μισό της γωνίας \hat{B} . Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
44. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ η γωνία \hat{B} είναι τα $\frac{3}{4}$ της γωνίας \hat{A} . Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ.
45. Δύο δρομείς Α και Β ξεκινούν από το ίδιο σημείο. Ο δρομέας Α ξεκινά 3 ώρες νωρίτερα από τον Β. Εάν ο Α τρέχει με σταθερή ταχύτητα 5km/h, ενώ ο Β με σταθερή ταχύτητα 6 Km/h, να βρεθεί μετά από πόσες ώρες ο δρομέας Β θα φτάσει τον δρομέα Α.
46. Ένα δοχείο Α περιέχει 114 kg νερό και ένα άλλο δοχείο Β περιέχει 60 kg. Καθημερινά παίρνουμε από το δοχείο Α 12 kg νερό και από το δοχείο Β 6 kg νερό. Σε πόσες ημέρες το δοχείο Β θα περιέχει τα $\frac{2}{3}$ της ποσότητας του νερού του δοχείου Α;
47. Ο κ. Νίκος για να πάει στη δουλειά του ,η οποία απέχει από το σπίτι του 40km, χρησιμοποιεί αρχικά το ποδήλατο του και στη συνέχεια το λεωφορείο. Χρειάζεται μισή ώρα ταξίδι με το ποδήλατο και $\frac{2}{3}$ της ώρας ταξίδι με το λεωφορείο .Αν το λεωφορείο κινείται γρηγορότερα από το ποδήλατο κατά 39km/h, να βρείτε την ταχύτητα του ποδηλάτου και την ταχύτητα του λεωφορείου.
48. Ένας πατέρας μπορεί να χτίσει μόνος του ένα τοίχο σε 6 ώρες. Αν δουλέψει μαζί με το γιό του , χτίζουν τον τοίχο σε 2 ώρες. Να βρείτε πόσο χρόνο χρειάζεται ο ο γιός για να χτίσει μόνος του τον τοίχο;
49. Ο εργάτης Α βάφει μόνος του ένα αυτοκίνητο σε 8 ώρες ,ενώ ο εργάτης Β βάφει μόνος του το ίδιο αυτοκίνητο σε 6 ώρες .Αρχίζουν και βάφουν μαζί το ίδιο αυτοκίνητο και μετά από δύο ώρες ο εργάτης Α σταματά για φαγητό ενώ ο εργάτης Β τελειώνει το βάψιμο μόνος του .Να υπολογίσετε τον χρόνο που χρειάστηκε προκειμένου να τελειώσει το βάψιμο ο εργάτης Β.
50. Με μια ομάδα εργατών θέλουμε να πλακοστρώσουμε δύο πλατείες που η μία έχει διπλάσια

επιφάνεια από την άλλη. Όλοι οι εργάτες ,οι οποίοι εργάζονται με τον ίδιο ρυθμό ,αρχίζουν και πλακοστρώνουν τη μεγάλη πλατεία μέχρι το μισό της ημέρας .ύστερα οι μισοί από αυτούς ,για το υπόλοιπο μισό της ημέρας ,αρχίζουν και πλακοστρώνουν τη μικρή πλατεία. Στο τέλος της ημέρας η μεγάλη πλατεία είχε πλακοστρωθεί ,ενώ για να πλακοστρωθεί η μικρή πλατεία πρέπει να δουλέψει ένας εργάτης ολόκληρη την επόμενη ημέρα .Να υπολογίσετε πόσοι ήταν οι εργάτες.

- 51.Μια βρύση γεμίζει μια άδεια δεξαμενή σε 4 ώρες ,ενώ μια άλλη σε 12 ώρες .Σε πόσες ώρες θα γεμίσουν τη δεξαμενή και οι δύο βρύσες μαζί;
- 52.Ένας δρομέας μπορεί να βαδίσει από το μέρος Κ προς το μέρος Λ και να επιστρέψει στο μέρος Κ σε έναν ορισμένο χρόνο με σταθερή ταχύτητα 4 km/h. Αν περπατά από το Κ προς το Λ με 3 km/h και επιστρέφει από το Λ προς το Κ με 5 km/h, χρειάζεται 10 λεπτά περισσότερο για την ολική διαδρομή. Να βρείτε την απόσταση ΚΛ.
- 53.Δύο αυτοκίνητα κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και προς την ίδια κατεύθυνση .Το πρώτο αυτοκίνητο ,που κινείται με σταθερή ταχύτητα 60km/h βρίσκεται πιο μπροστά κατά 50km από το δεύτερο αυτοκίνητο ,το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα 70km/h.Να βρείτε τον χρόνο που θα χρειαστεί το δεύτερο αυτοκίνητο για να συναντήσει το πρώτο.
- 54.Δύο αυτοκίνητα Α και Β απέχουν 280km.Ξεκινούν ταυτόχρονα στις 9 το πρωί για να συναντηθούν ,κινούμενα με ταχύτητες 30km/h και 40km/h αντίστοιχα ,σε ευθύγραμμο δρόμο. Να βρείτε πότε θα συναντηθούν και πόσο διάστημα διένυσε το καθένα.
- 55.Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη Α και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο προς την πόλη Β με μέση ταχύτητα 16 km/h.Μία ώρα αργότερα μια φίλη του ξεκινά με το ποδήλατο της από την πόλη Β και μέση ταχύτητα 12 km/h κινείται προς την πόλη Α για να τον συναντήσει. Αν η απόσταση των δύο πόλεων είναι 44km,σε πόσες ώρες από την εκκίνηση του ποδηλάτη θα συναντηθούν;
- 56.Ένα τρένο ξεκινά από την πόλη Α προς την πόλη Β, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα 40km/h.Μετά από 2 ώρες αναχωρεί από την πόλη Α ένα αυτοκίνητο με σταθερή ταχύτητα 60km/h προς την πόλη Β .Μετά από πόσο χρόνο το τρένο και το αυτοκίνητο θα φτάσουν ταυτόχρονα στην πόλη Β;
- 57.Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη Κ και κινούμενος με σταθερή ταχύτητα 8 km/h φτάνει στην πόλη Γ. Αμέσως μετά επιστρέφει στην πόλη από την οποία ξεκίνησε ,κινούμενος με σταθερή ταχύτητα 12 km/h .Αν συνολικά χρειάστηκε 5h,να βρείτε την απόσταση των δύο πόλεων.
- 58.Να βρεθούν δύο διαδοχικοί ακέραιοι, ώστε, αν στο διπλάσιο του αντιστρόφου του μικρότερου προσθέσουμε τον αντίστροφο του μεγαλύτερου προκύπτει αριθμός που είναι 11 πλάσιος του γινομένου των αντίστροφων.
- 59.Να χωρίσετε τον αριθμό 82 σε δύο μέρη (αριθμούς), ώστε, αν διαιρεθεί το μεγαλύτερο μέρος διά του μικρότερου, να προκύψει πηλίκιο 2 και υπόλοιπο 16.
- 60.Έχουμε ένα διάλυμα Α περιεκτικότητας 40% σε οινόπνευμα και ένα διάλυμα Β περιεκτικότητας 30% σε οινόπνευμα .Μα βρείτε πόσα ml από κάθε διάλυμα πρέπει να αναμειξουμε ,ώστε να πάρουμε 500 ml διαλύματος Γ περιεκτικότητας 34% σε οινόπνευμα.