Πατήστε στο σύνδεσμο για να μεταβείτε στο κριτήριο:

👇

https://forms.gle/WsXfnZG69DfXcMgy9

Στις επόμενες σελίδες οι λύσεις

👇

1. $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det\left(\vec{\alpha},\vec{\beta}\right)=0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 2 & \lambda \\ 4 & 2 \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow 4-4\lambda=0 \Leftrightarrow 4\lambda=4 \Leftrightarrow \lambda=1$.

Σωστή απάντηση η Γ.

2. $|\vec{\alpha}|=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$. **Σωστή απάντηση η Β.**

3. **Είναι** $\vec{\alpha}-\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\left(1+1+1,3-1+2\right)=\left(3,4\right)$ **και** $\left|\vec{\alpha}-\vec{\beta}+\vec{\gamma}\right|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.
Σωστή απάντηση η Α.

4. **Είναι** $|\vec{\alpha}|=\sqrt{\left(|\vec{\alpha}|-2\right)^2+\left(-6\right)^2} \Leftrightarrow \cancel{|\vec{\alpha}|^2}=\cancel{|\vec{\alpha}|^2}-4|\vec{\alpha}|+4+36 \Leftrightarrow 4|\vec{\alpha}|=40 \Leftrightarrow |\vec{\alpha}|=10$,
οπότε $\vec{\alpha}=\left(10-2,-6\right)=\left(8,-6\right)$. **Σωστή απάντηση η Ε.**

5. $\vec{\alpha}+\lambda\vec{\beta}=\vec{0} \Leftrightarrow \left(-6,4\right)+\lambda\left(3,-2\right)=\vec{0} \Leftrightarrow \left(-6+3\lambda,4-2\lambda\right)=\vec{0} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} -6+3\lambda=0 \\ 4-2\lambda=0 \end{cases} \Leftrightarrow \lambda=2$. **Σωστή απάντηση η Δ.**

6. $\overrightarrow{AB}=\left(-2+5,3+2\right)=\left(3,5\right)$ **και** $\overrightarrow{A\Gamma}=\left(-10-5,-1+2\right)=\left(-15,1\right)$.
Αν τα σημεία Α, Β, Γ ήταν συνευθειακά, τότε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A\Gamma}$ **θα ήταν παράλληλα, οπότε** $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A\Gamma}\right)=0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -15 & 1 \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow 3+75=0$ **αδύνατο.**
Η πρόταση είναι λάθος.

7. **Είναι** $\overrightarrow{AB}=\left(\lambda+4,-4\right)$, $\overrightarrow{A\Gamma}=\left(6,\lambda-7\right)$.
$\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A\Gamma}\right)=0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda+4 & -4 \\ 6 & \lambda-7 \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow \lambda^2-7\lambda+4\lambda-28+24=0 \Leftrightarrow$
$\lambda^2-3\lambda-4=0 \Leftrightarrow \lambda=4$ ή $\lambda=-1$ **απορρίπτεται. Σωστή απάντηση η Β.**

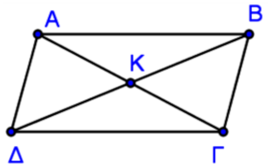
8. $\overrightarrow{B\Gamma}=\overrightarrow{A\Gamma}-\overrightarrow{AB}=\left(3,1\right)-\left(3,-3\right)=\left(0,4\right)$. **Σωστή απάντηση η Γ.**

9. $\vec{\alpha}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda^2-4=0 \\ \lambda^2-3\lambda+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda=\pm 2 \\ \lambda=1 \text{ ή } \lambda=2 \end{cases} \Rightarrow \lambda=2$, άρα $\vec{\alpha}\neq\vec{0} \Leftrightarrow \lambda\neq 2$.

$\vec{\alpha}//x'x \Leftrightarrow \lambda^2-3\lambda+2=0 \Leftrightarrow \lambda=1$ ή $\lambda=2$ απορρίπτεται. Άρα $\lambda=1$.

Σωστή απάντηση η Β.

10. Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο ισχύει ότι:



$\overrightarrow{ΑΔ}=\overrightarrow{ΒΓ}$. Έστω $Δ(x,y)$, τότε:

$\overrightarrow{ΑΔ}=(x+1,y-3)$, $\overrightarrow{ΒΓ}=(5-4,-1+2)=(1,1)$.

$\overrightarrow{ΑΔ}=\overrightarrow{ΒΓ} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=1 \\ y-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases}$, άρα $Δ(0,4)$. **Σωστή απάντηση η Γ.**

11. Επειδή το Α βρίσκεται στον x΄x, έχει συντεταγμένες της μορφής (x,0).

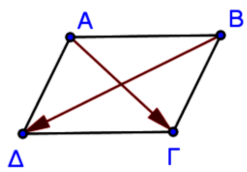
$|\overrightarrow{ΑΒ}|=|\overrightarrow{ΑΓ}| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+36}=\sqrt{(x+9)^2+4} \Leftrightarrow (x+1)^2+36=(x+9)^2+4 \Leftrightarrow$

$\cancel{x^2}+2x+1+36=\cancel{x^2}+18x+81+4 \Leftrightarrow 2x+37=18x+85 \Leftrightarrow$

$37-85=18x-2x \Leftrightarrow 16x=-48 \Leftrightarrow x=-3$.

Σωστή απάντηση η Ε.

12. Είναι $\overrightarrow{ΑΓ}=(7,13) \Leftrightarrow \overrightarrow{ΑΔ}+\overrightarrow{ΔΓ}=(7,13) \Leftrightarrow \overrightarrow{ΑΔ}+\overrightarrow{ΑΒ}=(7,13)$ (1)



$\overrightarrow{ΒΔ}=(5,3) \Leftrightarrow \overrightarrow{ΑΔ}-\overrightarrow{ΑΒ}=(5,3)$ (2)

Με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (2) έχουμε:

$2\overrightarrow{ΑΔ}=(7,13)+(5,3) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{ΑΔ}=(12,16) \Leftrightarrow \overrightarrow{ΑΔ}=\frac{1}{2}(12,16)=(6,8)$.

$|\overrightarrow{ΑΔ}|=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$. **Σωστή απάντηση η Α.**

13. Έστω x_1,x_2 οι τετμημένες των σημείων Α και Β αντίστοιχα.

Επειδή τα x_1,x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης 2ου βαθμού, από τους τύπους του Vietta έχουμε: $S=x_1+x_2=-\frac{\beta}{\alpha}=-(\kappa^2-2\kappa-2)$ (1).

Επειδή το μέσο του ΑΒ έχει τετμημένη – 3, ισχύει ότι:

$\frac{x_1+x_2}{2}=-3 \Leftrightarrow x_1+x_2=-6 \overset{(1)}{\Rightarrow} -(\kappa^2-2\kappa-2)=-6 \Leftrightarrow \kappa^2-2\kappa-2=6 \Leftrightarrow$

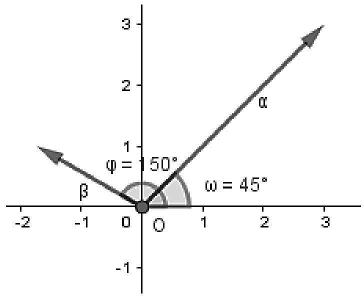
$\kappa^2-2\kappa-8=0 \Leftrightarrow \kappa=-2$ απορρίπτεται ή $\kappa=4$. **Σωστή απάντηση η Α.**

14.Αν Β το συμμετρικό του Α ως προς το Μ, τότε το Μ είναι μέσο του ΑΒ και ισχύει: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Leftrightarrow 3 = \frac{2 + x_B}{2} \Leftrightarrow 6 = 2 + x_B \Leftrightarrow x_B = 4$ **και**

$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Leftrightarrow 0 = \frac{1 + y_B}{2} \Leftrightarrow 1 + y_B = 0 \Leftrightarrow y_B = -1$. **Επομένως Β(4, -1).**

Σωστή απάντηση η Β.

15.Είναι $\lambda_{\vec{\alpha}} = \frac{3}{3} = 1$ **και** $\lambda_{\vec{\beta}} = \frac{1}{-\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.



Αν ω, φ οι γωνίες που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ **και** $\vec{\beta}$ **αντίστοιχα με τον άξονα x΄x, τότε** $\varepsilon\varphi\omega = \lambda_{\vec{\alpha}} = 1 \Leftrightarrow \omega = 45^\circ$ **και**

$$\varepsilon\varphi\varphi = \lambda_{\vec{\beta}} = -\frac{\sqrt{3}}{3} = -\varepsilon\varphi 30^\circ = \varepsilon\varphi\left(180^\circ - 30^\circ\right) = \varepsilon\varphi 150^\circ \Leftrightarrow \varphi = 150^\circ.$$

Από το σχήμα βλέπουμε ότι $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right) = \varphi - \omega = 150^\circ - 45^\circ = 105^\circ$.