

Αλλαγή ονομασίας ασκήσεων Για ποιο λόγο;

ΔΙΑΤΑΞΗ

ΠΡΙΝ 1317

35040. Δίνονται οι παραστάσεις: $K = 2\alpha^2 + \beta^2 + 9$ και $\Lambda = 2\alpha(3 - \beta)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι: $K - \Lambda = (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9)$. (Μονάδες 3)

β) Να δείξετε ότι: $K \geq \Lambda$, για κάθε τιμή των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10) **γ)** Για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει η ισότητα $K = \Lambda$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

ΠΡΙΝ 1320

2.35041. Για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει: $d(2x, 3) = 3 - 2x$.

α) Να αποδείξετε ότι $x \leq \frac{3}{2}$. (Μονάδες 12)

β) Αν $x \leq \frac{3}{2}$, να αποδείξετε ότι η παράσταση: $K = |2x - 3| - 2|3 - x|$ είναι ανεξάρτητη του x . (Μονάδες 13)

ΠΡΙΝ 1322

2.35043. Δίνεται πραγματικός αριθμός x για τον οποίο ισχύει: $|x - 2| < 3$

α) Να αποδείξετε ότι: $-1 < x < 5$. (Μονάδες 12)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $K = \frac{|x+1| + |x-5|}{3}$. (Μονάδες 13)

ΠΡΙΝ 1323

2.35044. Δίνονται πραγματικοί αριθμοί y , για τους οποίους ισχύει: $|y - 2| < 1$.

α) Να αποδείξετε ότι: $y \in (1, 3)$. (Μονάδες 12)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $K = \frac{|y-1| + |y-3|}{2}$ (Μονάδες 13)

ΠΡΙΝ 1239

2.35112. Δίνεται η παράσταση: $A = |3x - 6| + 2$, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός.

α) Να αποδείξετε ότι:

i) για κάθε $x \geq 2$ είναι $A = 3x - 4$.

ii) για κάθε $x < 2$ είναι $A = 8 - 3x$ (Μονάδες 12)

β) Αν για τον x ισχύει ότι $x \geq 2$ να αποδείξετε ότι: $\frac{9x^2 - 16}{|3x - 6| + 2} = 3x + 4$. (Μονάδες 13)

εξισώσεις με απόλυτα

πριν 1303

2. 35033. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = |2x - 4|$ και $B = |x - 3|$, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός.

α) Για κάθε $2 \leq x < 3$ να αποδείξετε ότι $A + B = x - 1$. (Μονάδες 16)

β) Υπάρχει $x \in [2, 3)$ ώστε να ισχύει $A + B = 2$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2ΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

ΠΡΙΝ 1238

2.35100. α) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $-2x^2 + 10x = 12$. (Μονάδες 15)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{-2x^2 + 10x - 12}{x - 2} = 0$. (Μονάδες 10)

VIETA

πριν 1315

2.35038. Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν: $\alpha \cdot \beta = 4$ και $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 20$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha + \beta = 5$. (Μονάδες 10)

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α, β και να τους βρείτε. (Μονάδες 15)

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 2ΟΥ

πριν 1300

2. 35030. α) Να αποδείξετε ότι $x^2 + 4x + 5 > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 10)

β) Να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση: $B = |x^2 + 4x + 5| - |x^2 + 4x + 4|$. (Μονάδες 15)

πριν 1306.

2. 35035. Δίνεται το τριώνυμο: $f(x) = 3x^2 + 9x - 12$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \leq 0$ και να παραστήσετε το σύνολο των λύσεων της στον άξονα των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 13)

β) Να ελέγξετε αν ο αριθμός $\sqrt[3]{2}$ είναι λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (α). Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

ΠΡΙΝ 1325

2.35046. Σε μία αριθμητική πρόοδο (α_n) ισχύουν: $\alpha_1 = 2$ και $\alpha_{25} = \alpha_{12} + 39$.

α) Να δείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι $\omega = 3$. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 152. (Μονάδες 13)

ΠΡΙΝ 1240

2.35143. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (a_n) με όρους $a_2 = 0, a_4 = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι $\omega = 2$ και $a_1 = -2$, όπου ω είναι η διαφορά της προόδου και a_1 ο πρώτος όρος της. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι ο n -οστός όρος της προόδου είναι ίσος με $a_n = 2n - 4$, $n \in \mathbb{N}^*$ και να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 98. (Μονάδες 15)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

ΠΡΙΝ 1311

2.35037. Οι αριθμοί $k - 2, 2k$ και $7k + 4, k \in \mathbb{N}$ είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) .

α) Να αποδείξετε ότι $k = 4$ και να βρείτε το λόγο της προόδου. (Μονάδες 12)

β) i) Να εκφράσετε το 2ο όρο, τον 5ο και τον 4ο όρο της παραπάνω γεωμετρικής προόδου ως συνάρτηση του a_1 . (Μονάδες 6)

ii) Να αποδείξετε ότι $a_2 + a_5 = 4(a_1 + a_4)$. (Μονάδες 7)

ΠΡΙΝ 1321

21.35042. α) Να βρείτε, για ποιες τιμές του x , οι αριθμοί $x + 4, 2 - x, 6 - x$ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. (Μονάδες 13)

β) Αν $x = 5$ και ο $6 - x$ είναι ο τέταρτος όρος της παραπάνω γεωμετρική προόδου, να βρείτε

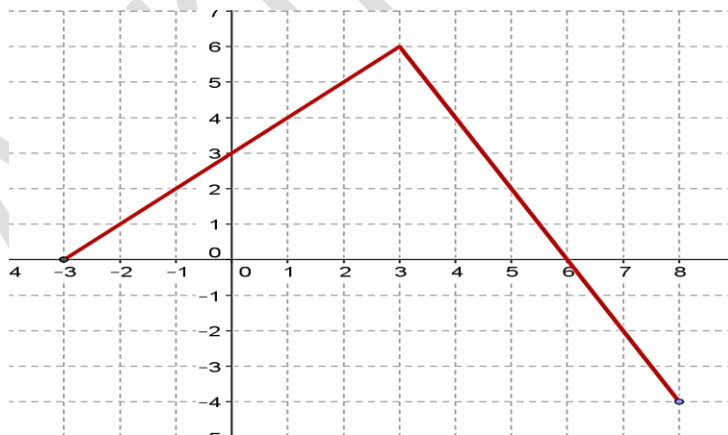
i) το λόγο λ της γεωμετρικής προόδου. (Μονάδες 6)

ii) τον πρώτο όρο a_1 της προόδου. (Μονάδες 6)

γραφική παράσταση συνάρτησης

πριν **1305**

2.35034.



Στο παραπάνω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 6)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-3	-1	0	3		
y					-2	-4

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες.

(Μονάδες 6)

δ) Να προσδιορίσετε το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές.

(Μονάδες 7)

Η συνάρτηση $y=ax + \beta$

ΠΡIN 1241

2.35201. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$, όπου a, β πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(1, 6)$, $B(-1, 4)$, να βρείτε τις τιμές των a, β .

(Μονάδες 13)

β) Αν $a=1$ και $\beta=5$, να προσδιορίσετε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 12)

Ασκησότητες