Βασικά τόξα

	0	π/6	π/4	π/3	π/2	π	3π/2
ημ	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0	-1
συν	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1	0
εφ	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-
σφ	-	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0	-	0

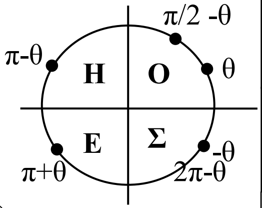
Ταυτότητες

$\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$, $\varepsilon\varphi x = \dfrac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}$, $\sigma\varphi x = \dfrac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}$,

$\varepsilon\varphi x \cdot \sigma\varphi x = 1$, $\sigma\upsilon\nu^2 x = \dfrac{1}{1+\varepsilon\varphi^2 x}$, $\eta\mu^2 x = \dfrac{\varepsilon\varphi^2 x}{1+\varepsilon\varphi^2 x}$

Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

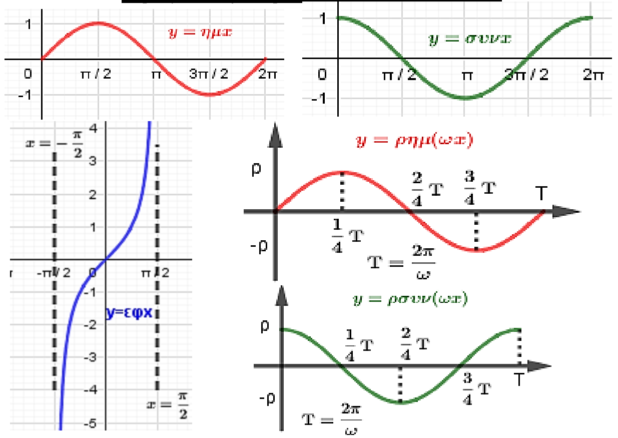
ημ(π-θ)=ημθ   συν(π-θ)=- συνθ
εφ(π-θ)= - εφθ   σφ(π-θ)= - σφθ
ημ(π+θ)= - ημθ
συν(π+θ)=- συνθ
εφ(π+θ)=εφθ, σφ(π+θ)=σφθ
ημ(-θ)= - ημθ   συν(-θ)=συνθ
εφ(-θ)=- εφθ   σφ(-θ)= - σφθ



$\eta\mu\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \sigma\upsilon\nu\theta$ $\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \eta\mu\theta$

$\varepsilon\varphi\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \sigma\varphi\theta$ $\sigma\varphi\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \varepsilon\varphi\theta$

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις



Τριγωνομετρικές εξισώσεις

$\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi + \theta$ ή $x = 2\kappa\pi + \pi - \theta, \kappa \in \mathbb{Z}$

$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \theta, \kappa \in \mathbb{Z}$

$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta$ ή $\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta \Leftrightarrow x = \kappa\pi + \theta, \kappa \in \mathbb{Z}$

Πολυώνυμα

Ίσα πολυώνυμα: Δύο πολυώνυμα είναι ίσα, όταν έχουν τον ίδιο βαθμό και οι αντίστοιχοι συντελεστές τους είναι ίσοι.

Μηδενικό πολυώνυμο:

Αν $P(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$, τότε:

$P(x) = 0 \Leftrightarrow \alpha_\nu = \alpha_{\nu-1} = \ldots = \alpha_1 = \alpha_0 = 0$

υ= P(ρ)

Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου με το **x-ρ** είναι: **υ= P(ρ).**

Ρίζα πολυωνύμου

ρ ρίζα του P(x) $\Leftrightarrow P(\rho) = 0 \Leftrightarrow$ (x-ρ) παράγοντας του P(x)

Θεώρημα ακεραίων ριζών

Η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$, έχει ακέραια ρίζα ρ, αν το ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0.

Στέλιος Μιχαήλογλου Ασκησόπολις

Ιδιότητες δυνάμεων

Για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ και α>0 ισχύει:

$\alpha^{x_1} \cdot \alpha^{x_2} = \alpha^{x_1+x_2}$, $\alpha^{x_1} : \alpha^{x_2} = \alpha^{x_1-x_2}$,

$\alpha^{x_1} \cdot \beta^{x_1} = (\alpha\cdot\beta)^{x_1}$, $\alpha^{x_1} : \beta^{x_1} = (\alpha:\beta)^{x_1}$

$\left(\alpha^{x_1}\right)^{x_2} = \alpha^{x_1 \cdot x_2}$, $\alpha^0 = 1$, $\alpha^{-x_1} = \dfrac{1}{\alpha^{x_1}}$

Αν $\mu \in \mathbb{Z}$ και $\nu \in \mathbb{Z}_+$, τότε: $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$

Άρτια-Περιττή συνάρτηση

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο Α θα λέγεται

- **άρτια**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει: $-x \in A$ και $f(-x) = f(x)$
- **περιττή,** όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει: $-x \in A$ και $f(-x) = -f(x)$

Ταυτότητες

$(\alpha \pm \beta)^2 = \alpha^2 \pm 2\alpha\beta + \beta^2$

$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$

$(\alpha \pm \beta)^3 = \alpha^3 \pm 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 \pm \beta^3$

$\alpha^3 \pm \beta^3 = (\alpha \pm \beta)(\alpha^2 \mp \alpha\beta + \beta^2)$

Λογάριθμοι

Ορισμός: $\alpha^x = \theta \Leftrightarrow x = \log_\alpha \theta$, $\alpha > 0, \alpha \neq 1, \theta > 0$

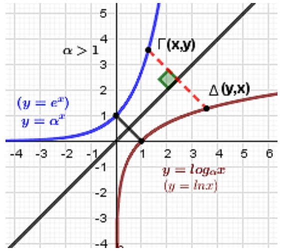
Ιδιότητες

1. $\log_\alpha \alpha^x = x$ ($\ln e^x = x$)   **2.** $\alpha^{\log_\alpha x} = x$ ($e^{\ln x} = x$)   **3.** $\log_\alpha \alpha = 1$ **(lne =1)**

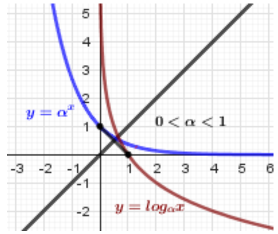
5. $\log_\alpha 1 = 0$ **(ln1=0)**   **6.** $\log_\alpha(\theta_1\theta_2) = \log\theta_1 + \log\theta_2$ **(lnα + lnβ=ln(αβ))**

7. $\log_\alpha\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \log\theta_1 - \log\theta_2$ ($\ln\alpha - \ln\beta = \ln\dfrac{\alpha}{\beta}$)   **8.** $\log_\alpha \theta^\kappa = \kappa\log_\alpha\theta$ α, β > 0

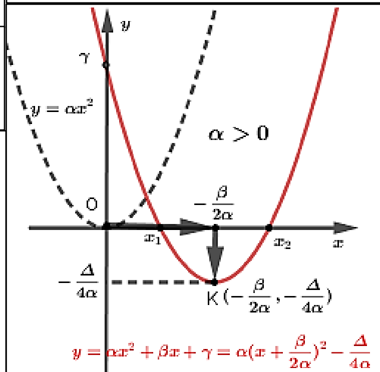
Εκθετική – Λογαριθμική συνάρτηση

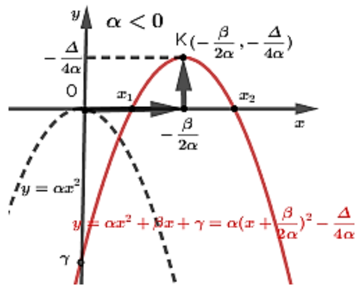


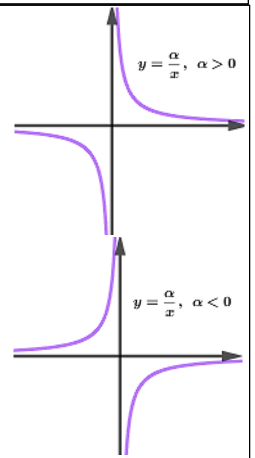
$f(x) = \alpha^x$, $D_f = \mathbb{R}$,
$g(x) = \log_\alpha x$,
$D_g = (0, +\infty)$



Συναρτήσεις







Μεταφορές

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x+c)$, προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f κατά c μονάδες προς τα αριστερά αν c > 0 και προς τα δεξιά αν c < 0.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x) + c$, προκύπτει από κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά c μονάδες προς τα πάνω όταν $c > 0$ και προς τα κάτω όταν $c < 0$.

Μονοτονία: Μια συνάρτηση f λέγεται

- γνησίως αύξουσα σ΄ ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ είναι $f(x_1) < f(x_2)$.
- γνησίως φθίνουσα σ΄ ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ είναι $f(x_1) > f(x_2)$.

Ακρότατα :Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο Α, λέμε ότι παρουσιάζει:

- ολικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν: $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.
- ολικό μέγιστο στο $x_0 \in A$, όταν: $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.