Τράπεζα Θεμάτων ΕΠΑΛ
Άλγεβρα Β΄ Λυκείου

www.askisopolis.gr

Γραμμικά Συστήματα

2.18808. Δίνεται η εξίσωση $x-3y=7$.

α) Να επαληθεύσετε ότι το ζεύγος αριθμών $(x,y)=(4,-1)$ είναι μια λύση της εξίσωσης.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το $(4,-1)$ δεν είναι λύση του συστήματος $\begin{cases} x-3y=7 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$

(Μονάδες 15)

2.18812. Δίνεται η εξίσωση $2x+3y=8$.

α) Να επαληθεύσετε ότι το ζεύγος αριθμών $(x,y)=(1,2)$ είναι μια λύση της εξίσωσης

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το $(1,2)$ δεν είναι λύση του συστήματος $\begin{cases} 2x+3y=8 \\ x+y=14 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

2.18815. Δίνεται η εξίσωση $x+2y=10$ (1).

α) Ποια από τα ζεύγη $(2,4),(-4,7),(4,3)$ είναι λύση της εξίσωσης (1);

(Μονάδες 12)

β) Ποιο από τα παραπάνω ζεύγη είναι λύση του συστήματος $\begin{cases} x+2y=10 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ (Μονάδες 13)

2.18818. Δίνεται η εξίσωση $4x+y=11(1)$.

α) Ποια από τα ζεύγη (2, 3) ,(0, 11), (1, 8) κα (7, 0) είναι λύση της εξίσωσης (1);

(Μονάδες 12)

β) Είναι κάποιο από τα παραπάνω ζεύγη λύση του συστήματος $\begin{cases} 4x+y=11 \\ x+y=7 \end{cases}$;

(Μονάδες 13)

2.18821. Δίνονται οι εξισώσεις $3x+y=5(1)$ και $x+4y=9$ (2).

α) Ποια από τα ζεύγη $(1,2)$, $(2,-1)$, $(0,5)$ και $(9,0)$ είναι λύσεις της εξίσωσης (1) και ποια της (2);

(Μονάδες 16)

β) Να βρείτε μια λύση του συστήματος $\begin{cases} 3x+4y=5 \\ x+4y=9 \end{cases}$ (Μονάδες 9)

2.18824.α) Να αποδείξετε ότι: $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=-5$, $\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}=-5$, $\begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}=-15$ (Μονάδες 10)

β)Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων $\begin{cases} x+3y=10 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ (Μοναδες 15)

2.18827.α) Να αποδείξετε ότι: $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}=9$, $\begin{vmatrix} 9 & 1 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}=36$, $\begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 9 \end{vmatrix}=9$ (Μοναδες 15)

β)Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων $\begin{cases} 2x+5y=9 \\ x+5y=9 \end{cases}$ (Μονάδες 10)

2.18830.α) Να αποδείξετε ότι: $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 7 & -1 \\ 14 & -2 \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 14 \end{vmatrix} = 0$ (Μονάδες 9)

β)Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων : $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 4x - 2y = 14 \end{cases}$ (Μονάδες 16)

2.18833.α) Να αποδείξετε ότι: $\begin{vmatrix} 2 & 11 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -5$, $\begin{vmatrix} 11 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -35$, $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = -5$ (Μονάδες 9)

β)Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ x - 4y = 3 \end{cases}$ (Μονάδες 16)

2.18836.α) Να αποδείξετε ότι: $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 0$, $\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} = 8$, $\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = -24$ (Μονάδες 9)

β) Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων: $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 6x + 2y = 8 \end{cases}$ (Μονάδες 16)

2.18839.α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + y = 17 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

β) Να εξετάσετε αν η λύση του συστήματος του ερωτήματος (α) επαληθεύει την εξίσωση $4x - 2y = 16$. (Μονάδες 10)

2.18842.α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

β) Να εξετάσετε αν η λύση του συστήματος του ερωτήματος (α) επαληθεύει την εξίσωση $2x + 4y = 14$. (Μονάδες 10)

2.18845.α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x + 6y = 10 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

β) Να εξετάσετε αν η λύση του συστήματος του ερωτήματος (α) επαληθεύει την εξίσωση $6x - 4y = 1$ (Μονάδες 10)

2.18848.α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος των αριθμών $x = 1$ και $y = 3$ είναι λύση κάθε μιας από τις παρακάτω εξισώσεις:

i) $3x + y = 6$ **ii)** $x + 2y = 7$ (Μονάδες 12)

β) Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$.

Είναι το ζεύγος (1,3) λύση του παραπάνω συστήματος; (Μονάδες 13)

2.18852.α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος αριθμών $x = 4$ και $y = 1$ είναι λύση κάθε μιας από τις παρακάτω εξισώσεις: **i)** $4x + 3y = 19$ **ii)** $x + 6y = 10$ (Μονάδες 12)

β) Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 4x + 3y = 19 \\ x + 6y = 10 \end{cases}$

Είναι το ζεύγος (4,1) λύση του παραπάνω συστήματος; (Μονάδες 13)

2.18856.α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος αριθμών $x = 4$ και $y = 3$ είναι λύση κάθε μιας από τις παρακάτω εξισώσεις: **i)** $4x - y = 13$ **ii)** $2x + 3y = 10$ (Μονάδες 12)

β) Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 4x - y = 13 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$

Είναι το ζεύγος (4,3) λύση του παραπάνω συστήματος; (Μονάδες 13)

2.18859.α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

β) Να εξετάσετε αν το ζεύγος $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$ επαληθεύει και τις δύο από τις παρακάτω εξισώσεις:

$3x + y = 1$ και $6x + 2y = 1$ (Μονάδες 10)

2.18862.α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 6x - 3y = 6 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

β) Να εξετάσετε αν το ζεύγος $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$ επαληθεύει τις παρακάτω εξισώσεις:

$2x - y = 3$ και $6x - 3y = 6$ (Μονάδες 10)

2.18865.α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x - 6y = 1 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

β) Να εξετάσετε αν το ζεύγος $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{7}\right)$ επαληθεύει τις παρακάτω εξισώσεις:

$x - 3y = 2$ και $2x - 6y = 1$ (Μονάδες 10)

2.19128. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος $(x, y) = (3, 4)$ είναι λύση του παραπάνω συστήματος. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα. (Μονάδες 15)

2.19130. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} x - y = 4 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος (7, 3) είναι λύση του παραπάνω συστήματος. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα. (Μονάδες 15)

2.19132. Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$

α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος (10, 7) είναι λύση του παραπάνω συστήματος. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα. (Μονάδες 15)

2.19135. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} x + y = 3 \\ 4x + 4y = 6 \end{cases}$

α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος (2, 1) είναι λύση του παραπάνω συστήματος. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα. (Μονάδες 15)

4.19501.Δύο φίλοι, ο Μάρκος και ο Βασίλης, έχουν άθροισμα ηλικιών 27 χρόνια, και ο Μάρκος είναι μεγαλύτερος από το Βασίλη.
α) Μπορείτε να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
β) Δίνεται επιπλέον η πληροφορία ότι η διαφορά των ηλικιών τους είναι 5 χρόνια. Με ποιο τρόπο θα χρησιμοποιούσατε την πληροφορία αυτή για να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός; (Μονάδες 12)

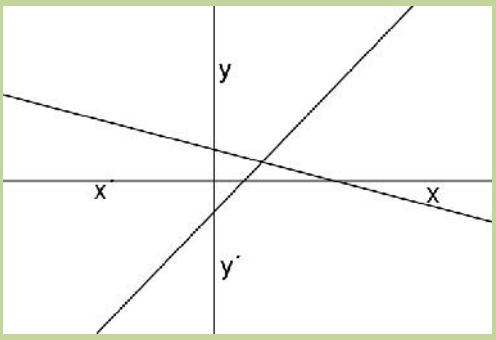
4.19502.Δίνεται το σύστημα Σ_1 $\begin{cases} 2x+y=2 \\ \lambda x+y=-5 \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$
α) Να λύσετε το σύστημα για $\lambda=1$. (Μονάδες 12)
β) Να δώσετε μια τιμή στο λ, ώστε το σύστημα Σ_1 να είναι αδύνατο και να επαληθεύσετε την απάντησή σας λύνοντάς το. (Μονάδες 13)

4.19517.Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 4x+2y=\lambda \end{cases}$ με παράμετρο λ.
α) Να λύσετε το σύστημα για $\lambda=10$. (Μονάδες 15)
β) Να δώσετε μια τιμή στην παράμετρο λ ώστε το σύστημα που θα προκύψει να έχει άπειρες λύσεις. (Μονάδες 5)
γ) Να δώσετε μια τιμή στην παράμετρο λ ώστε η ευθεία $4x+2y=\lambda$ που θα προκύψει να είναι παράλληλη με την ευθεία $2x+y=11$. (Μονάδες 5)

4.19505.Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος x cm, πλάτος y cm, περίμετρο ίση με 28 cm και με την ακόλουθη ιδιότητα:
Αν διπλασιάσουμε το μήκος του και διατηρήσουμε το πλάτος του ίδιο τότε, το νέο ορθογώνιο που προκύπτει έχει περίμετρο ίση με 48 cm.
α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. (Μονάδες 10)
β) Να βρείτε τις τιμές των διαστάσεων x, y του αρχικού ορθογωνίου. (Μονάδες 15)

4.19506.Από ένα σταθμό διοδίων πέρασαν συνολικά 730 οχήματα (αυτοκίνητα και μοτοσικλέτες) και εισπράχθηκαν 1376 ευρώ. Ο οδηγός κάθε αυτοκινήτου πλήρωσε 2 ευρώ, ενώ ο οδηγός κάθε μοτοσικλέτας πλήρωσε 1,2 ευρώ.
α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. (Μονάδες 10)
β) Να βρείτε πόσα ήταν τα αυτοκίνητα και πόσες οι μοτοσυκλέτες. (Μονάδες 15)

4.19513.Στον πίνακα της τάξης υπάρχουν γραμμένα δύο συστήματα.
(Σ_1) $\begin{cases} 4x-3y=5 \\ 2x+6y=10 \end{cases}$ και (Σ_2) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+2y=5 \end{cases}$



α) Ποιο από τα δύο συστήματα είναι αδύνατο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)
β) Στον πίνακα της τάξης δίπλα στα συστήματα αυτά υπάρχουν και οι διπλανές γραφικές παραστάσεις δύο ευθειών σε σύστημα αξόνων. Ο Κώστας θυμάται ότι όταν ο καθηγητής σχεδίασε αυτές τις δύο ευθείες είπε ότι είναι οι ευθείες ενός από τα δύο παραπάνω συστήματα. Δε θυμάται όμως αν ήταν του (Σ_1) ή του (Σ_2). Σε ποιο από τα δύο συστήματα αντιστοιχούν οι ευθείες αυτές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

4.19514. Δίνεται η ευθεία (ε_1) με εξίσωση: $3x+8y=30$

α) Να βρείτε το κοινό σημείο της ευθείας (ε_1) με την (ε_2) που έχει εξίσωση $x+y=5$.

(Μονάδες 15)

β) Να γράψετε την εξίσωση μιας ευθείας (ε_3) που να μην έχει κανένα κοινό σημείο με την ευθεία (ε_1) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

4.19515. Δίνεται η ευθεία (ε_1) με εξίσωση: $5x-8y=32$

α) Να βρείτε το κοινό σημείο της ευθείας (ε_1) με την (ε_2) που έχει εξίσωση $\frac{1}{2}x+y=5$

(Μονάδες 15)

β) Να γράψετε την εξίσωση μιας ευθείας (ε_3) που να μην έχει κανένα κοινό σημείο με την ευθεία (ε_1) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

4.19516. Δίνεται η ευθεία (ε_1) με εξίσωση: $4x-\frac{3}{2}y=10$.

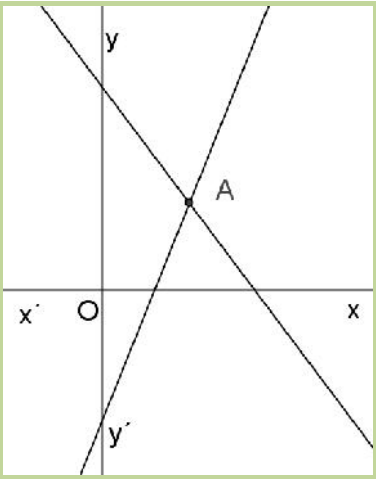
α) Να βρείτε το κοινό σημείο της ευθείας (ε_1) με την (ε_2) που έχει εξίσωση $x+\frac{1}{4}y=5$.

(Μονάδες 15)

β) Να δώσετε μια τιμή στον αριθμό λ ώστε η εξίσωση της ευθείας (ε_3) : $12x-\frac{9}{2}y=\lambda$ να μην έχει κανένα κοινό σημείο με την ευθεία (ε_1) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

4.19520. Στο διπλανό σύστημα αξόνων έχουν σχεδιαστεί οι ευθείες $4x+3y=14$ και $5x-2y=6$ που τέμνονται στο σημείο Α.



α) Πόσες λύσεις έχει το σύστημα $\begin{cases} 4x+3y=14 \\ 5x-2y=6 \end{cases}$;

(Μονάδες 5)

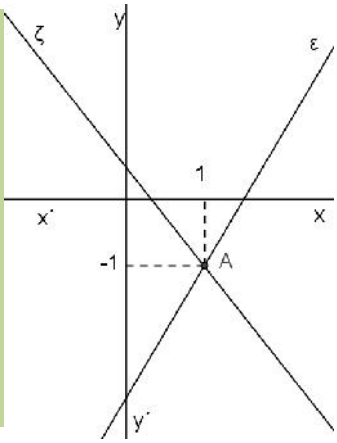
β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

(Μονάδες 15)

γ) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Α;

(Μονάδες 5)

4.19521. Δίνεται το σύστημα (Σ_1) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$.



α) Να λύσετε το (Σ_1). (Μονάδες 10)

β) Είναι το σημείο $A(1,-1)$ μια λύση του συστήματος (Σ_1); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

γ) Στο διπλανό σύστημα αξόνων έχουν σχεδιαστεί οι ευθείες (ε) με τύπο $2x-y=3$ και (ζ) που τέμνονται στο σημείο Α.

Μπορεί ο τύπος της (ζ) να είναι $4x-2y=6$;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

4.19522. Δίνεται το σύστημα (Σ_1) $\begin{cases} 4x+y=9 \\ 12x+3y=27 \end{cases}$.

α) Να λύσετε το (Σ_1). (Μονάδες 10)

β) Είναι το σημείο $A(2,1)$ μια λύση του συστήματος (Σ_1); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

γ) Μπορείτε να βρείτε άλλη λύση του συστήματος (Σ_1); (Μονάδες 10)

4.19528. Δίνεται το σύστημα Σ_1 $\begin{cases} x+3y=1 \\ x+\lambda y=-3 \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε το Σ_1 για $\lambda = 2$. (Μονάδες 12)

β) Να δώσετε μια τιμή στο λ, ώστε το σύστημα Σ_1 να είναι αδύνατο και να επαληθεύσετε την απάντησή σας λύνοντάς το. (Μονάδες 13)

4.19529. Δίνεται το σύστημα Σ_1 $\begin{cases} 4x+y=5 \\ \lambda x+2y=10 \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε το Σ_1 για $\lambda = 3$. (Μονάδες 12)

β) Να δώσετε μια τιμή στο λ, ώστε το σύστημα Σ_1 να έχει άπειρο πλήθος λύσεων και να επαληθεύσετε την απάντησή σας λύνοντάς το. (Μονάδες 13)

4.19533-4.19534. Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο με βάση μήκους x cm, ενώ η κάθε μια από τις ίσες πλευρές του έχει μήκος y cm. Η περίμετρος του τριγώνου είναι ίση με 19 cm. Αν διπλασιάσουμε τα μήκη κάθε μιας από τις ίσες πλευρές του και διατηρήσουμε το μήκος της βάσης του τότε προκύπτει νέο τρίγωνο που έχει περίμετρο ίση με 33 cm.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές των μηκών x, y του αρχικού τριγώνου. (Μονάδες 15)

4.19535. Για έναν αγώνα ποδοσφαίρου υπήρχαν δύο είδη εισιτηρίων. Τα φτηνά των 5 ευρώ και αυτά των 10 ευρώ που είναι σε λίγο καλύτερη θέση.
Συνολικά κόπηκαν 947 εισιτήρια και οι συνολικές εισπράξεις ήταν 6.310 ευρώ.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε πόσα εισιτήρια των 5 και πόσα των 10 ευρώ κόπηκαν στον αγώνα. (Μονάδες 15)

Ιδιότητες Συναρτήσεων

Μονοτονία - ακρότατα

2.19161. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

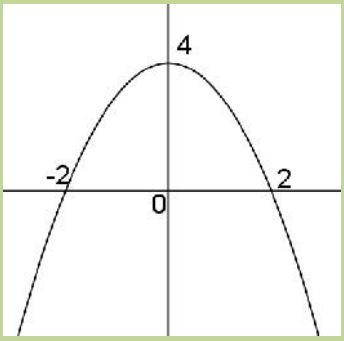
α) Ποιο είναι το μέγιστο της f; (Μονάδες 5)

β) Ένας από τους παρακάτω είναι ο τύπος της f. Ποιος είναι; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

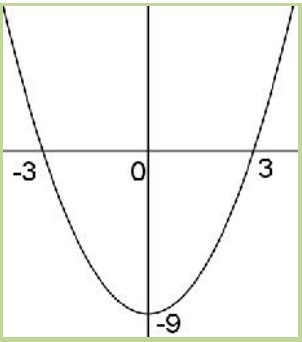
$f(x)=-x^2$, $f(x)=-x^2+4$, $f(x)=-x^2-4$

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τις τιμές $f(2)$ και $f(0)$. (Μονάδες 10)

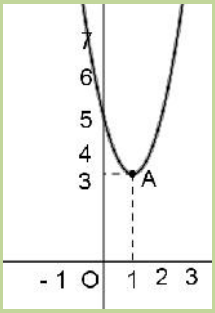


2.19162. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:



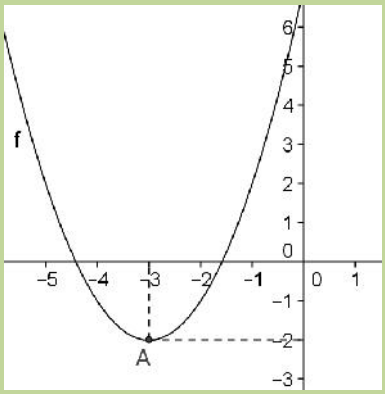
α) Ποιο είναι το ελάχιστο της f; (Μονάδες 5)
β) Ένας από τους παρακάτω είναι ο τύπος της f.
Ποιος είναι;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
$f(x)=x^2,\quad f(x)=x^2-9,\quad f(x)=x^2+9$ (Μονάδες 10)
γ) Να βρείτε τις τιμές $f(-3)$ και $f(0)$. (Μονάδες 10)

2.19308. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.



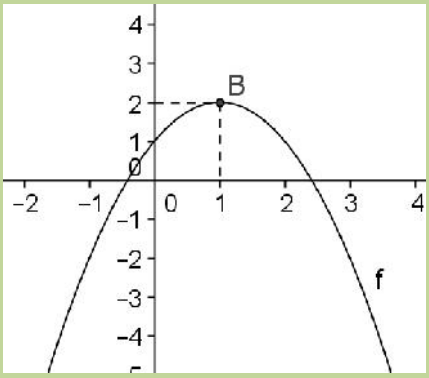
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α.
(Μονάδες 4)
β) Ποιο είναι το ελάχιστο της f ;
(Μονάδες 7)
γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι
i) γνησίως αύξουσα
ii) γνησίως φθίνουσα
(Μονάδες 14)

2.19316. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να απαντήσετε τα παρακάτω ε ρωτήματα:



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α.
(Μονάδες 4)
β) Ποιο είναι το ελάχιστο της f ;
(Μονάδες 7)
γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι
i) γνησίως αύξουσα
ii) γνησίως φθίνουσα
(Μονάδες 14)

2.19318. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

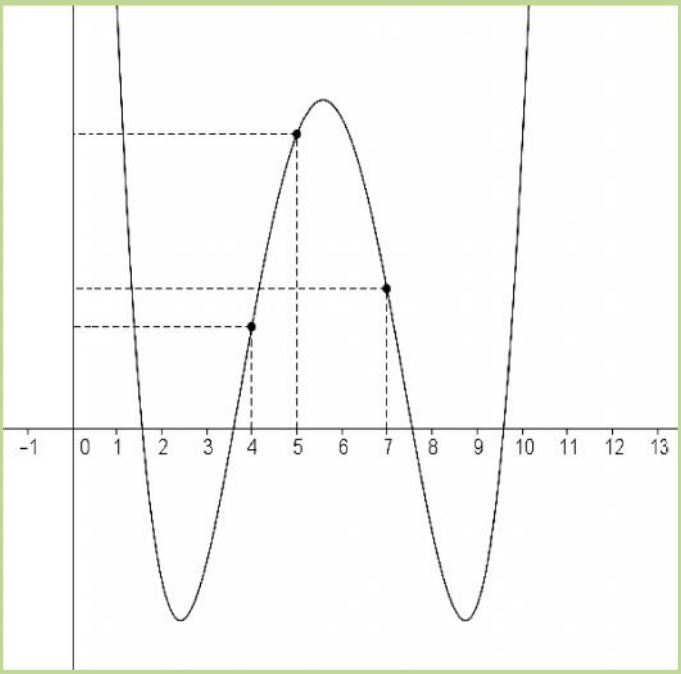


α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Β.
(Μονάδες 4)
β) Ποιο είναι το μέγιστο της f ;
(Μονάδες 7)
γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι
i) γνησίως αύξουσα
ii) γνησίως φθίνουσα
(Μονάδες 14)

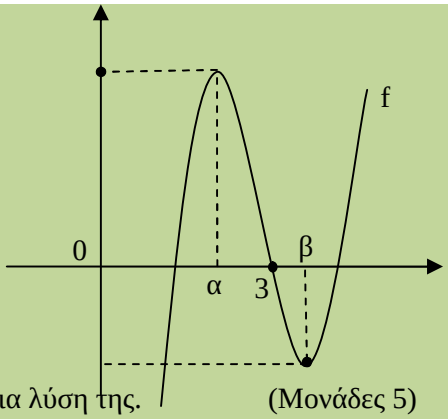
4.19518. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς $f(4), f(5), f(7)$ αφού τους εντοπίσετε στο γράφημα. (Μονάδες 10)
β) Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο

ορισμού της (το $\mathbb{R}$). Συμφωνείτε μαζί του; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
(Μονάδες 10)

γ) Είναι το $x = 5$ θέση μεγίστου της συνάρτησης f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 5)



4.19519. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
Με τη βοήθεια του σχήματος να απαντήσετε τα εξής

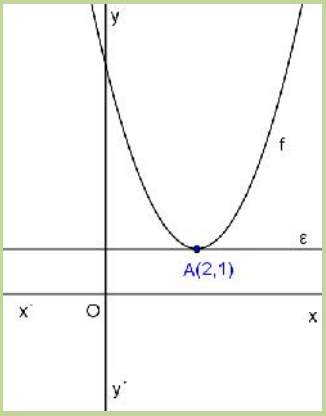


α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς f (α), f (β), f (3) αφού τους εντοπίσετε στο γράφημα.
(Μονάδες 10)

β) Παρουσιάζει η συνάρτηση f ελάχιστο στο β;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 10)

γ) Πόσες λύσεις έχει η εξίσωση $f(x) = 0$. Να βρείτε μια λύση της. (Μονάδες 5)

4.19525. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να απαντήσετε στα ακόλουθα:



α) Ποιο είναι το ελάχιστο της f και για ποια τιμή του x το παρουσιάζει; (Μονάδες 6)

β) Αν η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στον άξονα x΄x να αποδείξετε ότι ο τύπος της είναι $y = 1$. (Μονάδες 5)

γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$. (Μονάδες 5)

δ) Να δώσετε μια τιμή στον πραγματικό αριθμό κ ώστε η εξίσωση $f(x) = \kappa$ να έχει δύο λύσεις. (Μονάδες 9)

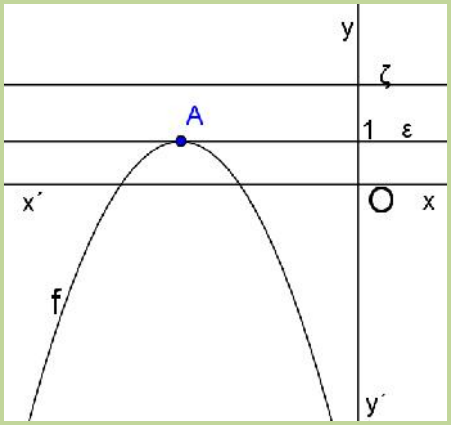
4.19526. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ που παρουσιάζει μέγιστο στο $x=-3$.

α) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε ποιο είναι το μέγιστο της f; (Μονάδες 6)

β) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Α; (Μονάδες 5)

γ) Ποιος είναι ο τύπος της ευθείας (ε); (Μονάδες 7)

δ) Αν η ευθεία (ζ) είναι παράλληλη στην (ε) και έχει τύπο $y=\kappa$ όπου $\kappa \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=\kappa$ είναι αδύνατη. (Μονάδες 7)



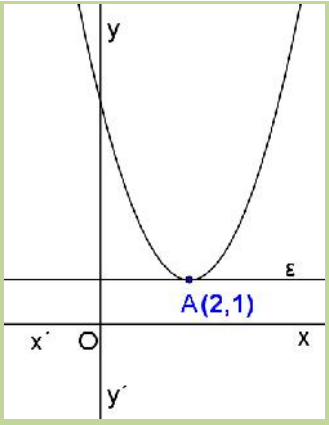
4.19524. Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να απαντήσετε στα ακόλουθα:

α) Ποιο είναι το ελάχιστο της f και για ποια τιμή του x το παρουσιάζει; (Μονάδες 6)

β) Αν η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στον άξονα x΄x να αποδείξετε ότι ο τύπος της είναι $y=1$. (Μονάδες 5)

γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να λύσετε την εξίσωση $f(x)=1$. (Μονάδες 5)

δ) Να δώσετε μια τιμή στον πραγματικό αριθμό κ ώστε η εξίσωση $f(x)=\kappa$ να έχει δύο λύσεις . (Μονάδες 9)

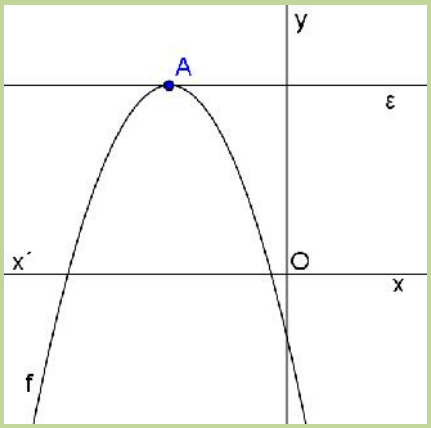


4.19527. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$ που παρουσιάζει μέγιστο το 3 στο $x=-2$.

α) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Α; (Μονάδες 10)

β) Δίνεται ότι η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στον άξονα x΄x . Να βρείτε τον τύπο της. (Μονάδες 5)

γ) Αν μια ευθεία (ζ) έχει τύπο της μορφής $y=\kappa$ και έχει δύο κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση της f, τι γνωρίζετε για τον πραγματικό αριθμό κ; (Μονάδες 10)



Κατακόρυφη – Οριζόντια μετατόπιση καμπύλης

2.19164. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

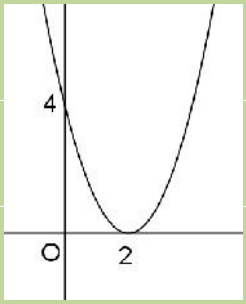
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

α) Ποιο είναι το ελάχιστο της f; (Μονάδες 5)

β) Ένας από τους παρακάτω είναι ο τύπος της f. Ποιος είναι; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$f(x)=x^2$, $f(x)=x^2+2$ $f(x)=(x-2)^2$

(Μονάδες 10)



γ) Να βρείτε τις τιμές $f(2)$ και $f(0)$. (Μονάδες 10)

Τριγωνομετρία

Αναγωγή στο 1ο τετραρτημόριο

2.18486. Δίνεται ότι $\text{συν}\varphi = -\frac{3}{4}$, με $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$.

α) Να υπολογίσετε το ημφ. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία ω είναι παραπληρωματική της φ, να βρείτε το ημω, το συνω και την εφω. (Μονάδες 12)

2.18487. Δίνεται ότι $\text{ημ}\varphi = \frac{3}{4}$ με $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$

α) Να υπολογίσετε το συνφ. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία ω είναι παραπληρωματική της φ, να βρείτε το ημω, το συνω και την εφω. (Μονάδες 12)

2.18803 -2.18810 . Δίνεται ότι $\text{συν}\varphi = \frac{4}{5}$ με $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$.

α) Να υπολογίσετε το ημφ. (Μονάδες 13)

β) Αν η γωνία ω είναι συμπληρωματική της φ, να βρείτε το ημω, το συνω και την εφω. (Μονάδες 12)

2.19155 -2.19158-2.19169.α) Να λύσετε την εξίσωση $\text{συν}x = \frac{1}{2}$ στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. (Μονάδες 12)

β) Ποια είναι η τιμή του ημιτόνου του *x* του προηγούμενου ερωτήματος. (Μονάδες 13)

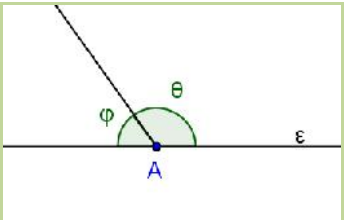
2.19157.α) Να λύσετε την εξίσωση $\text{ημ}x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. (Μονάδες 13)

β) Ποια είναι η τιμή του ημιτόνου της παραπληρωματικής γωνίας της *x* του προηγούμενου ερωτήματος. (Μονάδες 12)

2.19160.α) Να λύσετε την εξίσωση $\text{ημ}x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. (Μονάδες 13)

β) Ποια είναι η τιμή του συνημιτόνου της συμπληρωματικής γωνίας της x που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα. (Μονάδες 12)

2.19309. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η ευθεία (ε) και οι γωνίες φ και θ.



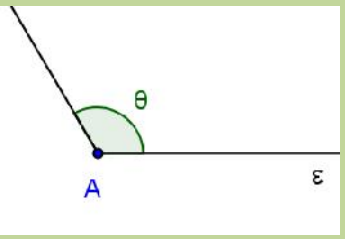
α) Ισχύει ότι το συνφ είναι θετικό και το συνθ είναι αρνητικό; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

β) Σας δίνεται ότι το συνημίτονο μιας από τις γωνίες φ και θ είναι ίσο με $\frac{3}{5}$.

i. Ποια εκ των γωνιών φ και θ έχει συνημίτονο ίσο με $\frac{3}{5}$;

ii. Να βρείτε το συνημίτονο της άλλης γωνίας. (Μονάδες 15)

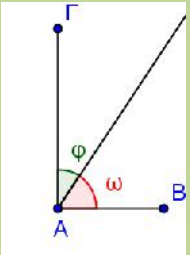
2.19311. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γωνία θ.



α) Το συνθ είναι θετικό ή αρνητικό;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 10)

β) Αν $ημθ = \frac{1}{4}$ να βρείτε το συνθ. (Μονάδες 15)

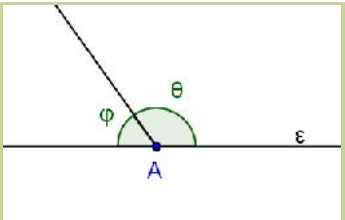
2.19313. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η ορθή γωνία ΒΑΓ και οι γωνίες ω με $συνω = \frac{2}{3}$ και φ.



α) Να αποδείξετε ότι $ημω = \frac{\sqrt{5}}{3}$.
(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τα ημφ, συνφ.
(Μονάδες 18)

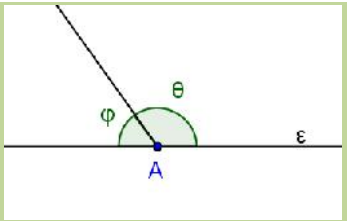
2.19314. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η ευθεία (ε) και οι γωνίες φ με $ημφ = \frac{3}{5}$ και θ.



α) Να υπολογίσετε το συνφ .
(Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε ημθ, συνθ .
(Μονάδες 10)

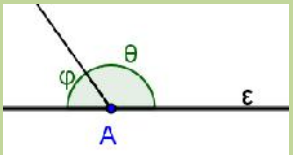
2.19320. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η ευθεία (ε) και οι γωνίες φ και θ. Σας δίνεται ότι το συνημίτονο μιας από τις γωνίες φ και θ είναι ίσο με $-\frac{3}{4}$.



α) Ποια εκ των γωνιών φ και θ έχει συνημίτονο $-\frac{3}{4}$ και γιατί;
(Μονάδες 10)

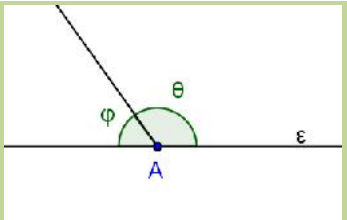
β) Να βρείτε το συνημίτονο της άλλης γωνίας. (Μονάδες 15)

2.19321. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η ευθεία ε και οι γωνίες θ και φ με $συνφ = \frac{4}{5}$.



α) Να υπολογίσετε το ημφ . (Μονάδες 15)
β) Να υπολογίσετε τα ημθ, συνθ . (Μονάδες 10)

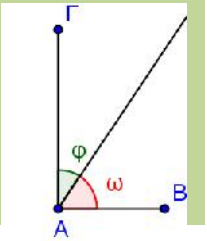
2.19322 – 2.19323. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η ευθεία (ε) και οι γωνίες θ με $ημθ = \frac{3}{5}$ και φ.



α) Να αποδείξετε ότι $συνθ = -\frac{4}{5}$. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τα ημφ, συνφ . (Μονάδες 15)

2.19324. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η ορθή γωνία ΒΑΓ και οι γωνίες ω με $\eta\mu\omega = \frac{\sqrt{5}}{3}$ και φ.



α) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{2}{3}$. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τα ημφ, συνφ. (Μονάδες 18)

4.19503. Δίνεται η εξίσωση: $(\eta\mu x + 1)\left(\eta\mu x - \frac{2}{3}\right) = 0$

α) Να βρείτε το ημx . (Μονάδες 9)

β) Αν $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, να υπολογίσετε:

i. το συνx (Μονάδες 8) **ii.** την εφx (Μονάδες 8)

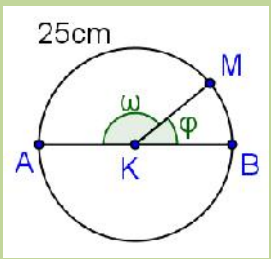
4.19504. Δίνεται η εξίσωση: $(\eta\mu x + 1)\left(\eta\mu x - \frac{2}{3}\right) = 0$.

α) Να βρείτε το ημx . (Μονάδες 9)

β) Αν $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ να υπολογίσετε:

i. το συνx (Μονάδες 8) **ii.** την εφx (Μονάδες 8)

4.19507. Στον διπλανό κύκλο, οι γωνίες ω και φ είναι επίκεντρες, με $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$.



α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας ω. (Μονάδες 10)

β) Αν ο κύκλος έχει διάμετρο ΑΒ = 20cm και το τόξο ΑΜ έχει μήκος 25cm, τότε:

i) Να αποδείξετε ότι η γωνία ω είναι ίση με 2,5 rad (ακτίνια). (Μονάδες 10)

ii) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας που έχει μέτρο ίσο με 2,5 rad (ακτίνια). (Μονάδες 5)

4.19508. Ο Βαγγέλης θέλει να κλείσει την πόρτα του συνεργείου του με αλυσίδα. Μετρώντας είδε ότι θα χρειαστεί 8 μέτρα αλυσίδας. Όταν πήγε να την αγοράσει, χρειάστηκε να πάρει δύο κομμάτια αλυσίδας για να φτάσει τα 8 μέτρα. Μόνο που τα δύο κομμάτια αυτά δεν κόστιζαν το ίδιο.
Το ένα κόστιζε 2 ευρώ το μέτρο και το άλλο 4 ευρώ το μέτρο. Συνολικά πλήρωσε 22 ευρώ.

α) Αν x και y είναι τα μήκη των δύο κομματιών πώς μπορείτε με μια εξίσωση να εκφράσετε το συνολικό μήκος της αλυσίδας; (Μονάδες10)

β) Πόσα μέτρα από το κάθε κομμάτι αγόρασε ο Βαγγέλης; (Μονάδες 15)

4.19530. Δίνεται η εξίσωση $\left(\sigma\upsilon\nu x + \frac{3}{5}\right)\left(\sigma\upsilon\nu x - \frac{1}{3}\right) = 0$.

α) Να βρείτε το συνx . (Μονάδες 9)

β) Αν $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ να υπολογίσετε:

i. το ημx (Μονάδες 8) **ii.** την εφx (Μονάδες 8)

4.19531. Δίνεται η εξίσωση $(\eta\mu x - 2)\left(\eta\mu x - \frac{3}{5}\right) = 0$.

α) Να βρείτε το $\eta\mu x$. (Μονάδες 13)

β) Αν $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ να υπολογίσετε:

i. το $\sigma\upsilon\nu x$ (Μονάδες 6) **ii.** την $\varepsilon\varphi x$ (Μονάδες 6)

4.19532. Δίνεται η εξίσωση $\left(\sigma\upsilon\nu x - \frac{1}{4}\right)(\sigma\upsilon\nu x + 2) = 0$.

α) Να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu x$. (Μονάδες 13)

β) Αν $x \in (0, \pi)$ να υπολογίσετε:

i. το $\eta\mu x$ (Μονάδες 6) **ii.** την $\varepsilon\varphi x$ (Μονάδες 6)

Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

2.19137. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(0) = f(8\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19138. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4\eta\mu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(0) = f(6\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19139. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3}{2}\sigma\upsilon\nu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(0) = f(2\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19140. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(0) = f(4\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19141. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}\eta\mu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι: $f(0) = f(2\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19142. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 0,5\eta\mu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(2\pi) = f(4\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19145-2.19151. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=2\eta\mu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(\pi)=f(3\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19148. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=-2\sigma\upsilon\nu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(0)=f(4\pi)$. (Μονάδες 10)

2.19150. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=4\sigma\upsilon\nu x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης; (Μονάδες 5)

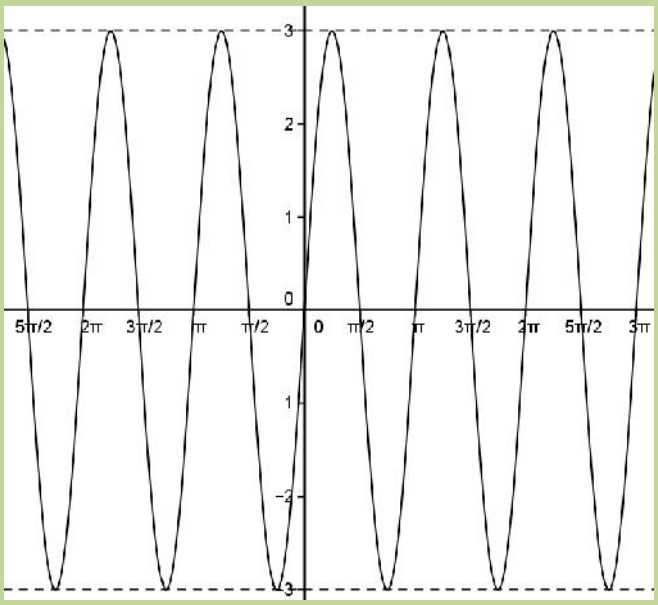
β) Να υπολογίσετε τις τιμές $f(0), f(\pi), f(2\pi)$. (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι: $f(0)+f(\pi)=0$. (Μονάδες 10)

2.19153. **α)** Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x=\frac{1}{2}$ στο διάστημα $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$. (Μονάδες 12)

β) Ποια είναι η τιμή του συνημιτόνου του x του προηγούμενου ερωτήματος. (Μονάδες 13)

4.19509. Οι μαθητές της Β Λυκείου ενός ΕΠΑΛ μπαίνοντας στο εργαστήριο ηλεκτρονικών εφαρμογών είδαν σε μια οθόνη προβολών σχεδιασμένη αυτή τη γραφική παράσταση και σε ένα πίνακα δίπλα γραμμένη τη φράση «συνάρτηση ημίτονο».



α) Χρησιμοποιώντας το σχήμα να βρείτε ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης αυτής. (Μονάδες 7)

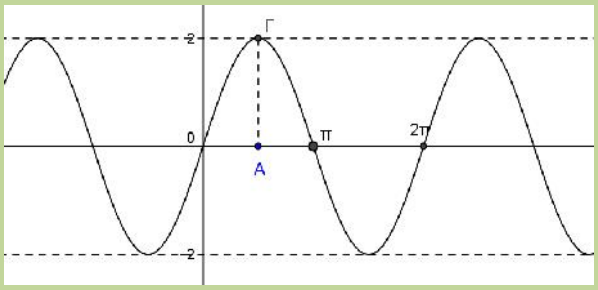
β) Ποιο είναι το μέγιστο και ποιο το ελάχιστο αυτής της συνάρτησης;

γ) i) Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης. (Μονάδες 8)

ii) Να γράψετε τον τύπο μιας ημιτονοειδούς συνάρτησης που η περίοδός της να είναι ίση με τη μισή περίοδο της συνάρτησης του σχήματος. (Μονάδες 10)

4.19510. Ένας μαθητής του τμήματος Βηλ ενός ΕΠΑΛ σχεδίασε στο τετράδιό του το παρακάτω σχήμα, αντιγράφοντας από τον πίνακα στην ώρα των μαθηματικών.

Δεν πρόλαβε να σχεδιάσει όλο το σχήμα. Θυμόταν όμως ότι πρόκειται για τη συνάρτηση ημίτονο.



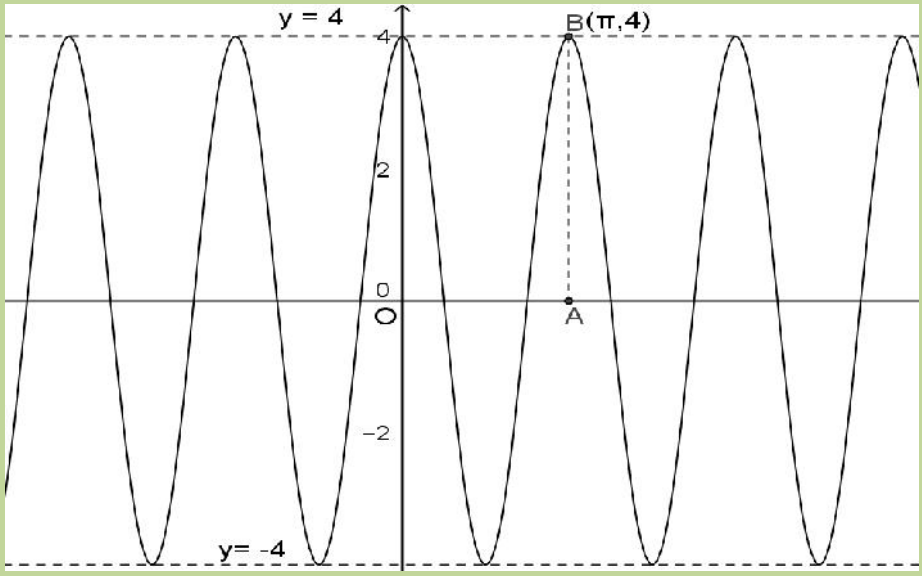
α) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης και ποιο είναι το μέγιστο αυτής; (Μονάδες 10)

β) Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης. (Μονάδες 5)

γ) Να γράψετε την τετμημένη x του σημείου Α και το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.

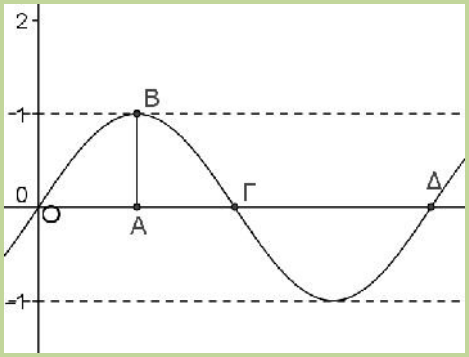
(Μονάδες 10)

4.19511. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνημιτονοειδούς συνάρτησης. Επίσης δίνονται οι τύποι δύο οριζόντιων ευθειών και οι συντεταγμένες του σημείου Β.



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α. (Μονάδες 5)
β) Να βρείτε την περίοδο και το μέγιστο της συνάρτησης. Να βρείτε και μια τιμή του x για την οποία η παραπάνω συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο. (Μονάδες 15)
γ) Να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης. (Μονάδες 5)

4.19512.α) Αν θεωρήσουμε ένα κύκλο ακτίνας 1cm, τότε πόσο μήκος (σε cm) αντιστοιχεί σε ένα τόξο:
i) 1 ακτινίου (rad); (Μονάδες 5) **ii)** 2π ακτινίων (rad); (Μονάδες 5)
β) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η γραφική παράσταση μιας ημιτονοειδούς συνάρτησης f.
Το μήκος του ΑΒ είναι 1 εκατοστό και το μήκος του ΟΓ είναι 6 εκατοστά.
i) Ποια είναι η τετμημένη (το x) του σημείου Γ; (Μονάδες 3)
ii) Πόσο μήκος σε εκατοστά έχει το τμήμα ΟΔ; (Μονάδες 4)
ii) Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης f;
Μπορεί ο τύπος της f να είναι ο $f(x)=\eta\mu x$; (Μονάδες 8)



Τριγωνομετρικές εξισώσεις

2.19154.α) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ στο διάστημα $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ (Μονάδες 12)
β) Ποια είναι η τιμή του συνημιτόνου του x του προηγούμενου ερωτήματος. (Μονάδες 13)

2.19156.α) Αν για $x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu x=-\frac{1}{2}$ να αποδείξετε ότι $\eta\mu x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(Μονάδες 12)
β) Να βρείτε την τιμή του *x* του προηγουμένου ερωτήματος. (Μονάδες 13)

4.19523.α) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x = \frac{1}{2}$, αν $x \in [0,\pi]$. (Μονάδες 15)

β) Αν $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$ και $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ ποια είναι η τιμή του x; (Μονάδες 10)