Πατήστε στο σύνδεσμο για να μεταβείτε στο κριτήριο:

👇

https://forms.gle/n7rCqqXM4Ja8EY8BA

Στις επόμενες σελίδες οι λύσεις

👇

1. Όταν $\lim_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ τότε οι τιμές της f κοντά στο x_0 είναι πολύ μεγάλοι θετικοί αριθμοί, οπότε $f(x)\neq 0$ για τις τιμές του x κοντά στο x_0. Όμοια όταν $\lim_{x\to x_0} f(x)=-\infty$.
Η πρόταση είναι Σωστή.

2. Η πρόταση είναι λάθος. Για παράδειγμα θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x)=-2\ln x$ και $g(x)=-\ln x$, $x>0$.
Είναι $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty=\lim_{x\to 0} g(x)$, όμως
$\lim_{x\to 0}\left[f(x)-g(x)\right]=\lim_{x\to 0}(-2\ln x+\ln x)=\lim_{x\to 0}(-\ln x)=+\infty$

3. Η πρόταση είναι λάθος. Για παράδειγμα θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x)=x^3$, $x\in\mathbb{R}$.
Είναι $\lim_{x\to 0} f(x)=0$, όμως το όριο $\lim_{x\to 0}\frac{1}{f(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^3}$ δεν υπάρχει αφού
$\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x^3}=-\infty$ και $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x^3}=+\infty$.

4. Η πρόταση είναι Σωστή. Ιδιότητα στη σελίδα 60 του σχολικού βιβλίου.

5. Η πρόταση είναι Σωστή. Ιδιότητα στη σελίδα 60 του σχολικού βιβλίου.

6. Η πρόταση είναι λάθος. Για παράδειγμα θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x)=\frac{1}{x}$, $x\neq 0$.
Είναι $\lim_{x\to 0}\frac{1}{f(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 0}x=0$, όμως το $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$ δεν υπάρχει.

7. Η πρόταση είναι λάθος γιατί $\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{1}{x^{2\nu+1}}\right)=-\infty$ και $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x^{2\nu+1}}\right)=+\infty$, δηλαδή το
$\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{1}{x^{2\nu+1}}\right)=-\infty$ δεν υπάρχει.

8. Η πρόταση είναι Σωστή. Ιδιότητα στη σελίδα 60 του σχολικού βιβλίου.

9. Η πρόταση είναι λάθος.
Για παράδειγμα θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x)=\frac{1}{x^2}$ και $g(x)=\frac{1}{x^4}$, $x\neq 0$.
Είναι $\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}g(x)=+\infty$, όμως $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^4}}=\lim_{x\to 0}x^2=0$.

10. Η πρόταση είναι Σωστή. Πίνακας στη σελίδα 61 του σχολικού βιβλίου.

11. Η πρόταση είναι λάθος. Για παράδειγμα θεωρούμε τις συναρτήσεις

$f(x)=\frac{1}{x^2}$ και $g(x)=x,\ x\neq 0$. Είναι $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$ και $\lim_{x\to 0} g(x)=0$, όμως

$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x^2}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^3}$ και δεν υπάρχει.

12. Η πρόταση είναι λάθος γιατί το όριο $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2+x}$ δεν υπάρχει, οπότε δεν ισχύουν οι ιδιότητες ορίων.

($\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x(x+1)}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x+1}\cdot\frac{1}{x}=-\infty$ και όμοια $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x^2+x}=+\infty$)

13. $\lim_{x\to 2}\frac{3x+5}{|x-2|}=\lim_{x\to 2}\left[(3x+5)\cdot\frac{1}{|x-2|}\right]=+\infty$ γιατί $\lim_{x\to 2}(3x+5)=11>0$ και $\lim_{x\to 2}\frac{1}{|x-2|}=+\infty$

αφού $\lim_{x\to 2}|x-2|=0$ και $|x-2|>0$ για κάθε $x\neq 2$.

Η πρόταση είναι σωστή.

14. $\lim_{x\to 0^+}\frac{\eta\mu x+x}{\eta\mu x-x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{\eta\mu x}{x}+\cancel{\frac{x}{x}}}{\frac{\eta\mu x}{x}-\cancel{\frac{x}{x}}}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{\eta\mu x}{x}+1}{\frac{\eta\mu x}{x}-1}=\lim_{x\to 0^+}\left[\left(\frac{\eta\mu x}{x}+1\right)\frac{1}{\frac{\eta\mu x}{x}-1}\right]=-\infty$ γιατί για

$x>0$ είναι $\eta\mu x<x\Leftrightarrow\frac{\eta\mu x}{x}<1\Leftrightarrow\frac{\eta\mu x}{x}-1<0$ και $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{\eta\mu x}{x}-1\right)=0$.

Η πρόταση είναι σωστή.

15. Επειδή η f είναι περιττή ισχύει ότι: $f(-x)=-f(x)$ (1) για κάθε $x\in\mathbb{R}$.

Είναι $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \lim_{x\to 0^+}\left[-f(-x)\right]=+\infty$ (2)

Έστω $-x=\omega$. Όταν $x\to 0^+$, τότε $\omega\to 0^-$. Η σχέση (2) γίνεται:

$$\lim_{\omega\to 0^-}\left[-f(\omega)\right]=+\infty\Leftrightarrow-\lim_{\omega\to 0^-} f(\omega)=+\infty\Leftrightarrow\lim_{\omega\to 0^-} f(\omega)=-\infty.$$

Άρα $\lim_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$. Η πρόταση είναι λάθος.

16. Έστω $\frac{4x^2-1}{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow 4x^2-1=f(x)g(x)$. Επειδή $\lim\limits_{x\to 2}g(x)=+\infty$ είναι $g(x)>0$

κοντά στο 2, οπότε $f(x)=\frac{4x^2-1}{g(x)}$ και

$\lim\limits_{x\to 2}f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{4x^2-1}{g(x)}=\lim\limits_{x\to 2}\left(4x^2-1\right)\frac{1}{g(x)}=15\cdot 0=0$. Σωστή απάντηση είναι η Δ.

17. $\lim\limits_{x\to 3}\left[\frac{x}{x-3}-\frac{2x^2-3}{x^2-5x+6}\right]=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x(x-2)-2x^2+3}{(x-2)(x-3)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-2x-2x^2+3}{(x-2)(x-3)}=$

$\lim\limits_{x\to 3}\left[\frac{-x^2-2x+3}{x-2}\cdot\frac{1}{x-3}\right]$.

Είναι $\lim\limits_{x\to 3}\frac{-x^2-2x+3}{x-2}=-12$, $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{1}{x-3}=-\infty$ ενώ $\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{1}{x-3}=+\infty$, οπότε

$\lim\limits_{x\to 3^-}\left[\frac{x}{x-3}-\frac{2x^2-3}{x^2-5x+6}\right]=+\infty$ και $\lim\limits_{x\to 3^+}\left[\frac{x}{x-3}-\frac{2x^2-3}{x^2-5x+6}\right]=-\infty$.

Επομένως δεν υπάρχει το ζητούμενο όριο. Σωστή απάντηση είναι η Α.

18. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-2}{1-\sigma\upsilon\nu x}=\lim\limits_{x\to 0}\left[(x-2)\frac{1}{1-\sigma\upsilon\nu x}\right]=-\infty$, γιατί $\lim\limits_{x\to 0}(x-2)=-2$,

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{1-\sigma\upsilon\nu x}\underset{\substack{x\to 0\Rightarrow\\ u\to 0^+}}{\overset{1-\sigma\upsilon\nu x=u}{=}}\lim\limits_{u\to 0^+}\frac{1}{u}=+\infty$ αφού $1-\sigma\upsilon\nu x>0$ για κάθε $x\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

Σωστή απάντηση είναι η Γ.

19. Είναι $\lim\limits_{x\to 2}(1-x)=-1$ και $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2+\lambda x+4\right)=8+2\lambda$.

Αν $8+2\lambda\neq 0\Leftrightarrow\lambda\neq -4$ τότε $\lim\limits_{x\to 2}\frac{1-x}{x^2+\lambda x+4}=-\frac{1}{8+2\lambda}$, οπότε για να είναι

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{1-x}{x^2+\lambda x+4}=-\infty$ πρέπει $8+2\lambda=0\Leftrightarrow\lambda=-4$. Τότε

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{1-x}{x^2+\lambda x+4}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{1-x}{x^2-4x+4}=\lim\limits_{x\to 2}\left[(1-x)\frac{1}{(x-2)^2}\right]=-1\cdot(+\infty)=-\infty$

Σωστή είναι η Γ.

20. Είναι $\left|x\eta\mu\frac{2}{x}\right|=|x|\left|\eta\mu\frac{2}{x}\right|\leq|x|\cdot 1=|x|\Leftrightarrow -|x|\leq x\eta\mu\frac{2}{x}\leq|x|$.

Επειδή $\lim\limits_{x\to 0}|x|=0$ και $\lim\limits_{x\to 0}(-|x|)=0$, από το κριτήριο παρεμβολής είναι και

$\lim\limits_{x\to 0}\left(x\eta\mu\frac{2}{x}\right)=0$. Σωστή είναι η Ε.