

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

### ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

1. i) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu \frac{x}{2}$ . Να βρείτε τις τιμές :
- α)  $f(0)$       β)  $f(\frac{\pi}{3})$       γ)  $f(\pi)$       δ)  $f(\frac{3\pi}{2})$
- ii) Δίνεται η συνάρτηση  $g(t) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ . Να βρείτε τις τιμές, όταν :
- α)  $t = 0$       β)  $t = 1$       γ)  $t = -1$       δ)  $t = \frac{3}{2}$
2. Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αξόνων, με  $0 \leq x \leq 2\pi$ , τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:
- i)  $f(x) = 2\eta\mu x$       ii)  $g(x) = \eta\mu 2x$       iii)  $h(x) = -\eta\mu x$
3. Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$  και  $g(x) = -3\sigma\upsilon\nu x$  με  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
4. Να αποδείξετε ότι καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις έχει περίοδο  $\pi$ .
- i)  $f(x) = \eta\mu 2x$       ii)  $f(x) = 3\epsilon\phi x + 2\sigma\phi x$       iii)  $f(x) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$
5. Να εξετάσετε αν καθεμία από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτια ή περιττή.
- i)  $f(x) = |\eta\mu x|$       ii)  $f(x) = \eta\mu x + \epsilon\phi x$       iii)  $f(x) = \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$   
iv)  $f(x) = \sigma\phi(-x)$       v)  $f(x) = x^2 + \eta\mu x$       vi)  $f(x) = x\epsilon\phi x$   
vii)  $f(x) = x^2\epsilon\phi x$       viii)  $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}, x \neq 0$       ix)  $f(x) = \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$
6. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση :
- i)  $f(x) = \eta\mu 2x + 5\sigma\upsilon\nu 4x$  έχει περίοδο  $3\pi$ ,  
ii)  $g(x) = 4\sigma\phi 3x + 5\eta\mu 4x$  έχει περίοδο  $3\pi$ ,  
iii)  $h(x) = \eta\mu\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  έχει περίοδο  $\pi$ .
7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \rho\eta\mu\omega x$ , της οποίας η μέγιστη τιμή είναι 2 και η περίοδος της είναι  $T = 6\pi$ .
- i) Να υπολογίσετε το  $\rho$ .  
ii) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $f(x)$ .  
iii) Να κάνετε τη γραφική της παράσταση στο διάστημα  $[0, 6\pi]$ .

8. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 1 - 2\sigma\upsilon\nu\frac{\omega x}{2}$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$  και  $\omega \neq 0$ .

i) Αν η περίοδος της συνάρτησης  $f(x)$  είναι  $T = 2\pi$ , να βρείτε τον τύπο της.

ii) Να βρείτε τη διαφορά μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης τιμής της.

iii) Να κάνετε τη γραφική της παράσταση όταν  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

9. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{2 - \sigma\upsilon\nu^2 x - 2\eta\mu|x|}{1 + \eta\mu^2 x}$ .

α) Να υπολογίσετε τις τιμές  $f(0)$ ,  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ,  $f(-\pi)$  και  $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

β) Αν  $|\eta\mu x| \neq 1$ , να αποδείξετε ότι :

i) η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $\chi'\chi$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

ii) Να αποδείξετε ότι  $f(x) < 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

10. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = |\eta\mu x| + \eta\mu x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

i) Να αποδείξετε ότι:

α) η συνάρτηση  $f$  έχει περίοδο  $T = 2\pi$ ,

β)  $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2\sigma\upsilon\nu x$ ,

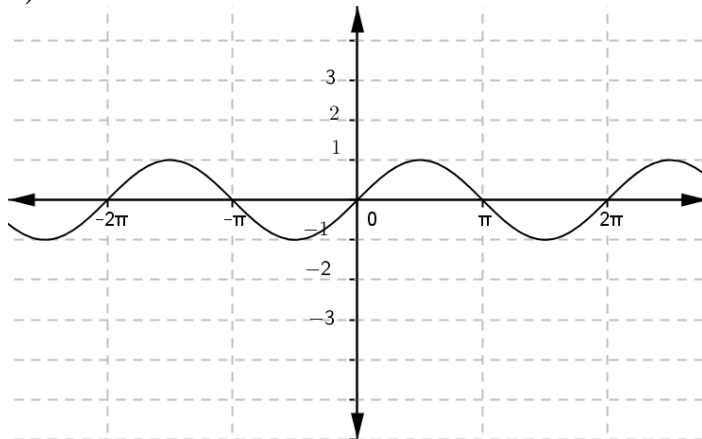
γ) ο τύπος της συνάρτησης  $f$  γράφεται:  $f(x) = \begin{cases} 2\eta\mu x, & \text{αν } 0 \leq x < \pi \\ 0, & \text{αν } \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$

ii) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της  $f$ .

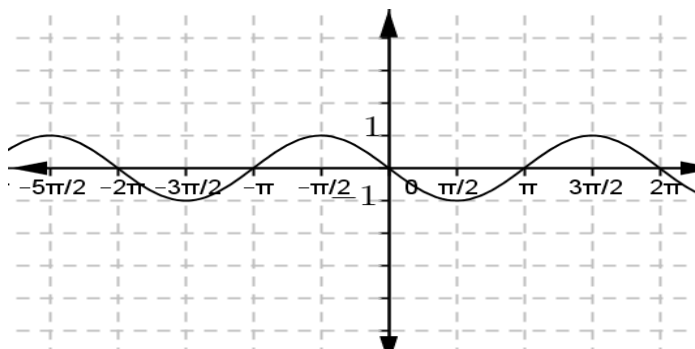
iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της  $f$  όταν  $0 < x < 2\pi$ .

11. Να βρείτε τις εξισώσεις των ημιτονοειδών καμπύλων:

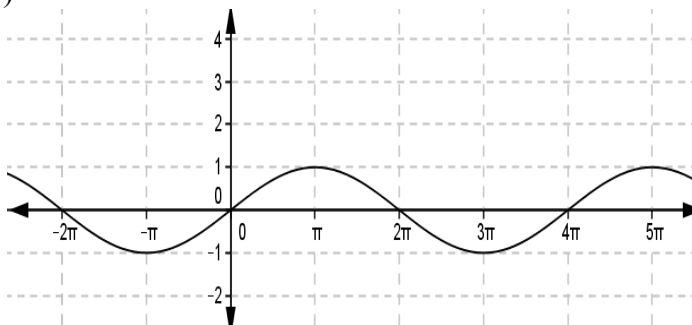
α)



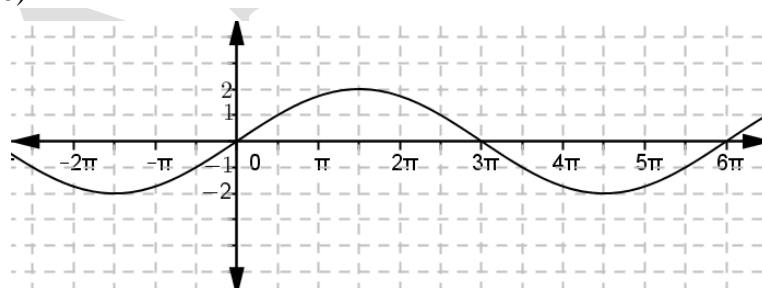
β)



γ)

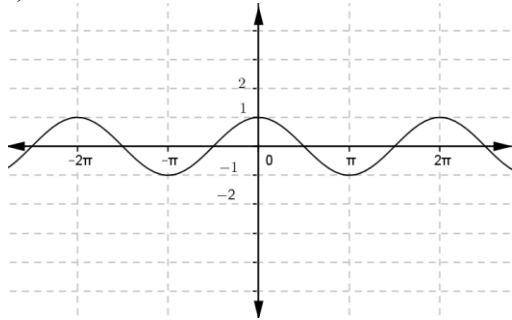


δ)

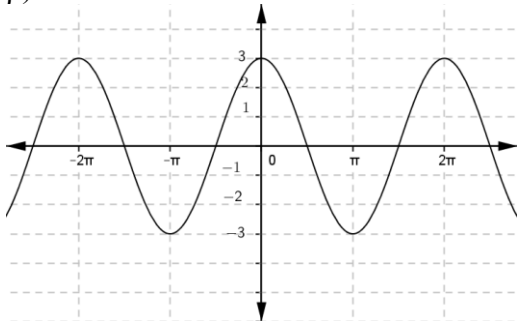


12. Να βρείτε τις εξισώσεις των συνημιτονοειδών καμπύλων:

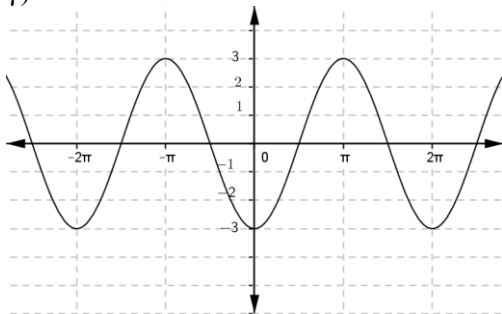
α)



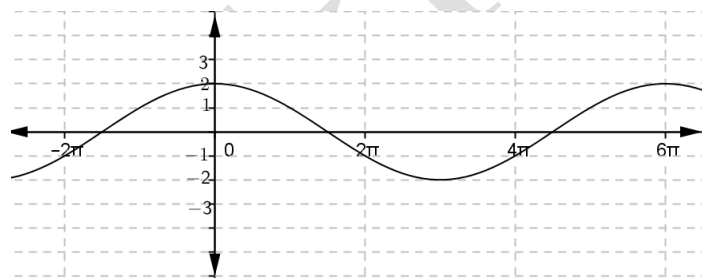
β)



γ)



δ)



ε)

