

**Ύλη και Οδηγίες διδασκαλίας Γεωμετρίας της Α΄ τάξης Γενικού Λυκείου  
για το σχολικό έτος 2021–2022**

**ΒΙΒΛΙΟ 2021-2022**

«Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ ΓΕΛ Τεύχος Α΄» των Αργυρόπουλου Η., Βλάμου Π., Κατσούλη Γ.,  
Μαρκάτη Σ., Σίδηρη Π.

**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ Τάξης ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΛ**

**Ύλη**

**Κεφ. 3ο: Τρίγωνα**

- 3.1 Είδη και στοιχεία τριγώνων
- 3.2 1ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.3 2ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.4 3ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.5 Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.6 Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων I και II).
- 3.7 Κύκλος - Μεσοκάθετος - Διχοτόμος
- 3.10 Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.11 Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.12 Τριγωνική ανισότητα (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.13 Κάθετες και πλάγιες (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος II)
- 3.14 Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος I)
- 3.15 Εφαπτόμενα τμήματα
- 3.16 Σχετικές θέσεις δύο κύκλων
- 3.17 Απλές γεωμετρικές κατασκευές
- 3.18 Βασικές κατασκευές τριγώνων

**Κεφ. 4ο: Παράλληλες ευθείες**

- 4.1 Εισαγωγή
- 4.2 Τέμνουσα δύο ευθειών - Ευκλείδειο αίτημα (εκτός της απόδειξης του πορίσματος II και των προτάσεων I, II, III και IV)
- 4.4 Γωνίες με πλευρές παράλληλες
- 4.5 Αξιοσημείωτοι κύκλοι τριγώνου
- 4.6 Άθροισμα γωνιών τριγώνου
- 4.8. Άθροισμα γωνιών κυρτού  $n$ -γώνου (εκτός της απόδειξης του πορίσματος)

**Κεφ. 5ο: Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία**

- 5.1 Εισαγωγή
- 5.2 Παραλληλόγραμμα
- 5.3 Ορθογώνιο
- 5.4 Ρόμβος
- 5.5 Τετράγωνο
- 5.6 Εφαρμογές στα τρίγωνα
- 5.7 Βαρύκεντρο τριγώνου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 5.8 Το ορθόκεντρο τριγώνου (χωρίς το Λήμμα, χωρίς την απόδειξη του θεωρήματος και χωρίς το πόρισμα)
- 5.9 Μια ιδιότητα του ορθογώνιου τριγώνου
- 5.10 Τραπέζιο (χωρίς την απόδειξη του θεωρήματος I και του πορίσματος)
- 5.11 Ισοσκελές τραπέζιο

#### **Κεφ. 6ο: Εγγεγραμμένα σχήματα**

- 6.1 Εισαγωγικά - Ορισμοί
- 6.2 Σχέση εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 6.3 Γωνία χορδής και εφαπτομένης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 6.4 Βασικοί γεωμετρικοί τόποι στον κύκλο -Τόξο κύκλου που δέχεται γνωστή γωνία
- 6.5 Το εγγεγραμμένο τετράπλευρο
- 6.6 Το εγγράψιμο τετράπλευρο (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)

### **Οδηγίες διδασκαλίας**

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α΄ Λυκείου εστιάζει στο πέρασμα από τον εμπειρικό στον θεωρητικό τρόπο σκέψης, με ιδιαίτερη έμφαση στον μαθηματικό συλλογισμό, την αιτιολόγηση και τη μαθηματική απόδειξη. Οι μαθητές/ριες έχουν έρθει σε επαφή με στοιχεία θεωρητικής γεωμετρικής σκέψης και στο Γυμνάσιο, όπου έχουν αντιμετωπίσει ασκήσεις που απαιτούν θεωρητική απόδειξη. Στην Α΄ Λυκείου, πρέπει αυτή η εμπειρία των μαθητών/ριών να αξιοποιηθεί με στόχο την περαιτέρω ανάπτυξη της θεωρητικής τους σκέψης, κάτι που μπορεί να γίνει βαθμιαία και λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες του εγχειρήματος. Η διατύπωση ορισμών γεωμετρικών εννοιών είναι κάτι δύσκολο για τους/τις μαθητές/ριες, ακόμα και αυτής της τάξης, καθώς απαιτεί τη συνειδητοποίηση των κρίσιμων και ελάχιστων ιδιοτήτων που απαιτούνται για τον καθορισμό μιας έννοιας. Επίσης οι μαθητές/ριες χρειάζεται να διερευνούν ιδιότητες και σχέσεις των γεωμετρικών εννοιών και να δημιουργούν εικασίες τις οποίες να προσπαθούν να τεκμηριώσουν. Η αντιμετώπιση της μαθηματικής απόδειξης απλά ως περιγραφή μιας σειράς λογικών βημάτων που παρουσιάζονται από τον εκπαιδευτικό, δεν είναι κατάλληλη ώστε να μνηθούν οι μαθητές/ριες στη σημασία και την κατασκευή μιας απόδειξης. Αντίθετα, είναι σημαντικό να εμπλακούν οι μαθητές/ριες σε αποδεικτικές διαδικασίες, να προσπαθούν να εντοπίζουν τη βασική αποδεικτική ιδέα, μέσω πειραματισμού και διερεύνησης, και να χρησιμοποιούν μετασχηματισμούς και αναπαραστάσεις, που υποστηρίζουν την ανάπτυξη γεωμετρικών συλλογισμών. Η κατασκευή από τους/τις μαθητές/ριες αντιπαραδειγμάτων και η συζήτηση

για το ρόλο τους είναι μια σημαντική διαδικασία, ώστε να αρχίσουν να αποκτούν μια πρώτη αίσθηση της σημασίας του αντιπαραδείγματος στα Μαθηματικά. Η απαγωγή σε άτοπο είναι επίσης μια μέθοδος που συχνά συναντούν οι μαθητές/ήτριες στην απόδειξη αρκετών θεωρημάτων. Ο ρόλος του «άτοπου» στην τεκμηρίωση του αρχικού ισχυρισμού αλλά και το κατά πόσο η άρνηση του συμπεράσματος οδηγεί τελικά στην τεκμηρίωσή του, δημιουργούν ιδιαίτερη δυσκολία στους/στις μαθητές/ήτριες. Σε όλα τα παραπάνω ουσιαστικό ρόλο μπορεί να παίξει η αξιοποίηση λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας.

[Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ. Οι δραστηριότητες που αναφέρονται ως Δ1, Δ2 κλπ περιέχονται στο Αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών της Α Λυκείου (ΦΕΚ 162/22-1-2015το οποίο μπορεί να ανακτηθεί από τον ιστότοπο του ΙΕΠ: <http://www.iep.edu.gr/neosxoleiops/index.php> ]

**Ειδικά για το σχολικό έτος 2021-2022**, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά τα δύο προηγούμενα σχολικά έτη (**πανδημία Covid-19**), προτείνονται τα παρακάτω:

Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του/της ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή/τρια. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Για τη Γεωμετρία της Α' τάξης είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει τέτοια ανάγκη στη διαδικασία αιτιολόγησης σχέσεων μέσω ισότητας τριγώνων. Επίσης, αναμένεται οι μαθήτριες/τές να δυσκολεύονται περισσότερο από άλλες χρονιές στη χρήση γεωμετρικών οργάνων για τη σχεδίαση σχημάτων. Για τον σκοπό αυτό προτείνεται οι εκπαιδευτικοί να επιμένουν στη σχεδίαση σχημάτων από τους/τις μαθητές/ήτριες, και να τους/τις υποστηρίζουν, για παράδειγμα, αναδιατυπώνοντας μια εκφώνηση ώστε να φαίνονται τα βήματα σχεδιασμού ή και υποδεικνύοντας τον τρόπο χρήσης των γεωμετρικών οργάνων.

Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον/την εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί με τη διάγνωση του βαθμού εμπέδωσης από τους μαθητές/τριες των αντίστοιχων ενοτήτων της ύλης της προηγούμενης τάξης (Γ' Γυμνασίου).

**Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες.**

**Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 16 διδακτικές ώρες)**

**Εισαγωγή (Προτείνεται να διατεθεί 1 διδακτική ώρα)**

Στόχος της εισαγωγής είναι η διάκριση και επισήμανση των διαφορετικών χαρακτηριστικών της Πρακτικής Γεωμετρίας, που οι μαθητές/τριες διδάχθηκαν σε προηγούμενες τάξεις, και της Θεωρητικής Γεωμετρίας που θα διδαχθούν στο Λύκειο. Κάποια ζητήματα που θα

μπορούσαν να συζητηθούν για την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της Θεωρητικής Γεωμετρίας έναντι της Πρακτικής, είναι: Η αδυναμία ακριβούς μέτρησης, η ανάγκη μέτρησης αποστάσεων μεταξύ απρόσιτων σημείων, η αναξιοπιστία των εμπειρικών προσεγγίσεων, η ανάγκη διατύπωσης γενικών συμπερασμάτων (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ1 και Δ2 του ΠΣ).

Για να αποκτήσουν οι μαθητές/ήτριες μια πρώτη αίσθηση των βασικών αρχών της ανάπτυξης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικού συστήματος, προτείνεται να εμπλακούν σε μια συζήτηση σχετικά με τη σημασία και το ρόλο των όρων «πρωταρχική έννοια», «ορισμός», «αξίωμα», «θεώρημα», «απόδειξη». Στοιχεία της ιστορικής εξέλιξης της Γεωμετρίας μπορούν να αξιοποιηθούν από το 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο και να αποτελέσουν ένα πλαίσιο αναφοράς στο οποίο θα αναδειχθούν τα παραπάνω ζητήματα.

### **§3.1, §3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

### **§3.3, §3.4 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

### **§3.5, §3.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Οι μαθητές/ήτριες έχουν διαπραγματευθεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων 3.1 έως 3.6 στο Γυμνάσιο. Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε κάποια στοιχεία όπως:

- α) Η σημασία της ισότητας των ομόλογων πλευρών στη σύγκριση τριγώνων.
- β) Η διαπραγμάτευση παραδειγμάτων τριγώνων με τρία ή περισσότερα κύρια στοιχεία τους ίσα, τα οποία -τριγωνα- δεν είναι ίσα. Για παράδειγμα, αν κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο με πλευρές 10, 12 και 14,4 εκατοστά και το φωτοτυπήσουμε με μεγέθυνση 120%, το νέο τρίγωνο θα έχει 5 από τα 6 κύρια στοιχεία του ίσα με το αρχικό (τρεις γωνίες και δύο πλευρές), αλλά προφανώς τα τρίγωνα δεν είναι ίσα.
- γ) Ο σχεδιασμός σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων (ασκήσεων, θεωρημάτων) και αντίστροφα.
- δ) Η διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών/τριών από τους/τις ίδιους/ες.
- ε) Η ισότητα τριγώνων, ως μια στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών (σχόλιο στο τέλος της §3.2).
- στ) Ο εντοπισμός κατάλληλων τριγώνων, σε σύνθετα σχήματα, για σύγκριση (όπως, για παράδειγμα, στις αποδεικτικές ασκήσεις 2 της σελ. 48 και 4 της σελ. 54).
- ζ) Η σημασία της «βοηθητικής γραμμής» στην αποδεικτική διαδικασία (πόρισμα Ι της §.3.2).

Προτείνεται να ενοποιηθούν σε μια πρόταση οι προτάσεις που ταυτίζουν τη διχοτόμο, τη διάμεσο και το ύψος από τη κορυφή ισοσκελούς τριγώνου (πόρισμα Ι της §3.2, πόρισμα Ι της §3.4, πόρισμα Ι της §3.6).

Μαζί με την πρόταση αυτή προτείνεται να γίνει η διαπραγμάτευση της εφαρμογής 2 της §3.12 για την απόδειξη της οποίας αρκούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

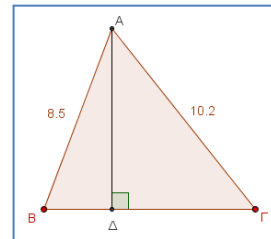
Επίσης, σαν μια ενιαία πρόταση, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές/τριες να δείξουν ότι σε ίσα τρίγωνα τα δευτερεύοντα στοιχεία τους (διάμεσος, ύψος, διχοτόμος) που

αντιστοιχούν σε ομόλογες πλευρές είναι επίσης ίσα (π.χ. άσκηση 1i Εμπέδωσης της §3.4, άσκηση 4 Εμπέδωσης της §3.6). Ενιαία μπορούν να αντιμετωπιστούν, ως αντίστροφες προτάσεις, τα πορίσματα IV της §3.2 και III, IV της §3.4 που αναφέρονται στις σχέσεις των χορδών και των αντίστοιχων τόξων.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Με το μικροπείραμα «Ύψος, Διάμεσος και διχοτόμος της κορυφής ισοσκελούς τριγώνου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές οδηγούνται μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της σχέσης που συνδέει το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο της κορυφής ενός ισοσκελούς τριγώνου. Παράλληλα μαθαίνουν για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης σχέσεων μεταξύ γεωμετρικών αντικειμένων.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2277>



**§3.7 (Να διατεθεί 1 ώρα)**

Με στόχο την ανάδειξη της διδακτικής αξίας των γεωμετρικών τόπων προτείνεται τα πορίσματα III της §3.2 και II της §3.4, που αφορούν στη μεσοκάθετο τμήματος, καθώς και το θεώρημα IV της §3.6, που αφορά στη διχοτόμο γωνίας, να διδαχθούν ενιαία ως παραδείγματα βασικών γεωμετρικών τόπων. Συγκεκριμένα, προτείνεται οι μαθητές/τριες πρώτα να εικάσουν τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς τόπους και στη συνέχεια να τους αποδείξουν.

**§3.10 - §3.13 (Να διατεθούν 3 ώρες)**

Η ύλη των παραγράφων αυτών είναι νέα για τους/τις μαθητές/ήτριες. Να επισημανθεί στους/στις μαθητές/ήτριες ότι η τριγωνική ανισότητα αποτελεί κριτήριο για το πότε τρία ευθύγραμμα τμήματα αποτελούν πλευρές τριγώνου (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ9, Δ10 και Δ11 του ΠΣ). Στόχος είναι οι μαθητές/ήτριες να διαπιστώσουν την αναγκαιότητά της, αλλά και τη λειτουργικότητά της, για την κατασκευή ενός τριγώνου.

Επίσης, προτείνονται οι ασκήσεις 4 και 6 (Αποδεικτικές της §3.12), που διαπραγματεύονται την απόσταση σημείου από κύκλο και σχέσεις χορδών και τόξων αντίστοιχα.

**§3.14 - §3.16 (Να διατεθούν 3 ώρες)**

Τα συμπεράσματα της §3.14 είναι γνωστά στους/στις μαθητές/ήτριες από το Γυμνάσιο. Οι αιτιολογήσεις, όμως, προέρχονται από τα θεωρήματα της §3.13. Το περιεχόμενο της §3.16 δεν είναι γνωστό στους/στις μαθητές/ήτριες και χρειάζεται και για τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν.

### **§3.17, §3.18 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Η διαπραγμάτευση των γεωμετρικών κατασκευών συμβάλλει στην κατανόηση των σχημάτων από τους/τις μαθητές/ήτριες με βάση τις ιδιότητές τους καθώς και στην ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και σε εξωμαθηματικές γνωστικές περιοχές. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα τα προβλήματα 2 και 4 της §3.17 και τα προβλήματα 2 και 3 της §3.18.

### **Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)**

#### **§4.1, §4.2, §4.4, §4.5 (Να διατεθούν 4 ώρες)**

Το σημαντικότερο θέμα στις παραγράφους αυτές αποτελεί το «αιτήμα παραλληλίας» το οποίο καθορίζει τη φύση της Γεωμετρίας στην οποία αναφερόμαστε. Η σημασία του «αιτήματος παραλληλίας», για τη Γεωμετρία την ίδια και για την ιστορική της εξέλιξη, μπορεί να διαφανεί από στοιχεία που παρέχονται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του κεφαλαίου. Οι μαθητές/ήτριες είναι σημαντικό να αναγνωρίσουν την αδυναμία χρήσης του ορισμού των παραλλήλων ευθειών, καθώς και τη σημασία των προτάσεων της §4.2 (που προηγούνται του «αιτήματος παραλληλίας») ως εργαλεία για την απόδειξη της παραλληλίας δύο ευθειών. Προτείνεται να διερευνήσουν οι μαθητές/ήτριες τη σχέση του θεωρήματος και της Πρότασης Ι της §4.2 με στόχο να αναγνωρίσουν ότι το ένα είναι το αντίστροφο του άλλου.

Προτείνεται επίσης, πριν τη διαπραγμάτευση των θεωρημάτων της παραγράφου 4.5 να επισημανθεί η στρατηγική που χρησιμοποιείται στις αποδείξεις των θεωρημάτων σχετικά με το πώς δείχνουμε ότι τρεις ευθείες διέρχονται από το ίδιο σημείο, γιατί δεν είναι οικεία στους/στις μαθητές/ήτριες.

#### **§4.6, §4.8 (Να διατεθούν 3 ώρες)**

Προτείνεται το θεώρημα της §4.6 να συνδεθεί με τα πορίσματα της §3.10, ώστε οι μαθητές/ήτριες να αναγνωρίσουν ότι το συμπέρασμα του θεωρήματος είναι ισχυρότερο από τα πορίσματα και ότι αυτό οφείλεται στη χρήση του «αιτήματος παραλληλίας» στην απόδειξή του. Το ίδιο ισχύει και για το πόρισμα (i) της §4.6 σε σχέση με το Θεώρημα της §3.10.

Προτείνεται οι μαθητές/ήτριες, χρησιμοποιώντας το άθροισμα των γωνιών τριγώνου, να βρουν το άθροισμα των γωνιών τετραπλεύρου, πενταγώνου κ.α., να εικάσουν το άθροισμα των γωνιών  $n$ -γώνου και να αποδείξουν την αντίστοιχη σχέση (προτείνεται η δραστηριότητα Δ7 του ΠΣ). Δίνεται έτσι η δυνατότητα σύνδεσης Γεωμετρίας και Άλγεβρας. Να επισημανθεί, επίσης, η σταθερότητα του αθροίσματος των εξωτερικών γωνιών  $n$ -γώνου.

#### **Ιστορικό Σημείωμα (1 ώρα)**

Στο ιστορικό σημείωμα αναδεικνύεται η σημασία του 5ου αιτήματος στην δημιουργία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και παρουσιάζεται η συζήτηση και οι αναζητήσεις που προκάλεσε

η διατύπωσή του, μέχρι τον 19ο αιώνα, και που τελικά οδήγησαν στη δημιουργία των μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών. Προτείνεται, η θεματολογία του ιστορικού σημειώματος, να χρησιμοποιηθεί για να γίνουν σχετικές εργασίες από τους/τις μαθητές/ήτριες.

### Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

#### §5.1, §5.2 (Να διατεθούν 4 ώρες)

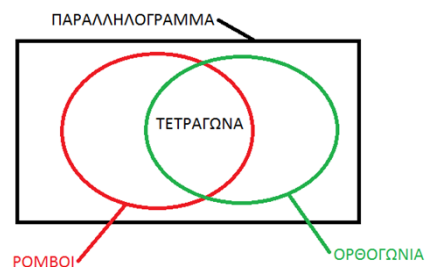
Να επισημανθεί ότι καθένα από τα κριτήρια για τα παραλληλόγραμμα περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του παραλληλογράμμου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ12 του ΠΣ). Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/ήτριες να διερευνήσουν αν ένα τετράπλευρο με τις δυο απέναντι πλευρές παράλληλες και τις άλλες δυο ίσες είναι παραλληλόγραμμο.

#### §5.3 - §5.5 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Να επισημανθεί ότι κάθε ένα από τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του ορθογωνίου ή του ρόμβου ή του τετραγώνου αντίστοιχα. Επιδίδεται οι μαθητές/ήτριες να αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τα αντίστοιχα κριτήρια και όχι με βάση κάποια πρότυπα σχήματα που συνδέονται με την οπτική γωνία που τα κοιτάμε. Να δοθεί έμφαση στην ταξινόμηση των παραλληλογράμμων με βάση τις ιδιότητές τους (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα 1) για την άρση της παρανόησης που δημιουργείται σε μαθητές/ήτριες, ότι ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο ή ένα τετράγωνο δεν είναι ρόμβος. Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/ήτριες να διερευνήσουν: αν ένα τετράπλευρο με ίσες διαγώνιες είναι ορθογώνιο και αν ένα τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες είναι ρόμβος.

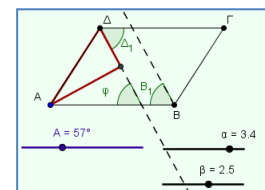
#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Να δημιουργήσετε διαγραμματική αναπαράσταση της ταξινόμησης των παραλληλογράμμων (π.χ. με χρήση εννοιολογικού χάρτη, διαγράμματος Venn).



#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η άσκηση εμπέδωσης 3 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να υλοποιηθεί διερευνητικά με ψηφιακά εργαλεία και μία κατασκευή όπως αυτή που προτείνεται στο μικροπείραμα «Τι σχήμα δημιουργούν οι διχοτόμοι των γωνιών ενός παραλληλογράμμου;» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία. Με τη βοήθεια του λογισμικού οι μαθητές μεταβάλλουν τις γωνίες και τις πλευρές ενός παραλληλογράμμου για να δημιουργήσουν την εικασία σχετικά με το σχήμα που δημιουργείται από τις διχοτόμους, ενώ στη συνέχεια αποδεικνύουν την εικασία αυτή.





<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5825>

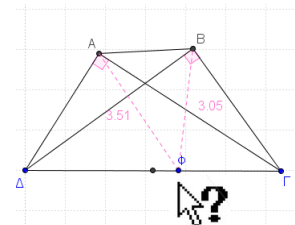
**§5.6 – §5.9 (Να διατεθούν 6 ώρες)**

Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/ήτριες να εικάσουν σε ποια γραμμή ανήκουν τα σημεία που ισαπέχουν από δυο παράλληλες ευθείες και στη συνέχεια να αποδείξουν ότι η μεσοπαράλληλή τους είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος. Προτείνεται, επίσης, η διαπραγμάτευση στην τάξη της Εφαρμογής 1 της §5.6. Στην §5.8 προτείνεται να ζητηθεί από τους μαθητές να διερευνήσουν τα είδη των τριγώνων που το ορθόκεντρο είναι μέσα ή έξω από το τρίγωνο. Προτείνεται επίσης η διαπραγμάτευση της αποδεικτικής άσκησης 10 ώστε οι μαθητές/τριες να αξιοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων στην επίλυση προβλήματος. Τέλος, θα μπορούσαν να αναζητηθούν εναλλακτικές αποδείξεις για τα θεωρήματα που αφορούν στις ιδιότητες του ορθογωνίου τριγώνου.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά το μικροπείραμα «Η σχέση της υποτεινουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου με τη διάμεσο που αντιστοιχεί σ' αυτήν και επίλυση προβλημάτων με τη σχέση αυτή».

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5781>



**§5.10, §5.11 (Να διατεθούν 4 ώρες)**

Εκτός από το συγκεκριμένο αντικείμενο των παραγράφων αυτών, προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές/ήτριες στην επίλυση προβλημάτων που συνδυάζουν γεωμετρικά θέματα από όλο το κεφάλαιο, όπως η δραστηριότητα 1 και η εργασία στο τέλος του κεφαλαίου. Προτείνεται επίσης να συζητηθεί με τους/τις μαθητές/ήτριες η ταξινόμηση των τετραπλεύρων του σχολικού βιβλίου (σελ. 125) και, κατά την κρίση του/της εκπαιδευτικού, η συσχέτιση με άλλες ταξινομήσεις όπως αναφέρονται στο ιστορικό σημείωμα.

**Κεφάλαιο 6<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες)**

**§6.1 – §6.3 (Να διατεθούν 3 ώρες)**

Στόχος είναι οι μαθητές/ήτριες να χρησιμοποιούν τη σχέση εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας σε επίλυση προβλημάτων, καθώς και να αναγνωρίζουν ως ορθές τις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ημικύκλιο. Επίσης να χρησιμοποιούν το συμπέρασμα του θεωρήματος της §6.3 (γωνία χορδής και εφαπτομένης).

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:



Να βρείτε το μέτρο της γωνίας δύο τεμνουσών ευθειών κύκλου, συναρτήσει των οριζομένων από αυτές τόξων κύκλου (προτείνεται η δραστηριότητα να υλοποιηθεί σε περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας).

**§6.4 – §6.6 (Να διατεθούν 4 ώρες)**

Να γίνει απλή αναφορά στην παράγραφο 6.4 (τόξο κύκλου που δέχεται γνωστή γωνία).

Προτείνεται, ως εισαγωγή στο πρόβλημα εγγραψιμότητας ενός τετραπλεύρου σε κύκλο, οι μαθητές/ήτριες να διερευνήσουν ποια από τα γνωστά τετράπλευρα (παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο, τραπέζιο) είναι εγγράψιμα, βασιζόμενοι στις ιδιότητες των εγγεγραμμένων τετραπλεύρων (π.χ., ο ρόμβος δεν είναι εγγράψιμος σε κύκλο, γιατί αν ήταν εγγράψιμος θα έπρεπε να έχει τις απέναντι γωνίες του παραπληρωματικές). Η διερεύνηση θα μπορούσε να επεκταθεί και σε τυχαία τετράπλευρα (και με τη βοήθεια λογισμικού), ώστε οι μαθητές/ήτριες να εικάσουν τα κριτήρια εγγραψιμότητας.

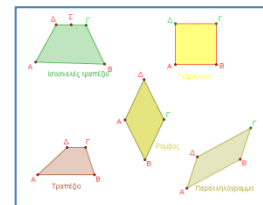
Επίσης, στόχος είναι οι μαθητές/ήτριες να διακρίνουν τη διαφορά μεταξύ των θεωρημάτων που ισχύουν για τα εγγράψιμα τετράπλευρα και στα κριτήρια, που πρέπει να ισχύουν, ώστε να είναι ένα τετράπλευρο εγγράψιμο (ενδεικτική δραστηριότητα 1).

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Σε οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  τα ύψη του  $AD$ ,  $BE$ ,  $\Gamma Z$  τέμνονται στο  $H$ . Σχεδιάστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $DE$ ,  $EZ$  και  $ZD$ .

(α) Να βρείτε τα εγγράψιμα τετράπλευρα που σχηματίζονται.

(β) Να αποδείξετε ότι τα ύψη του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι διχοτόμοι των γωνιών του τριγώνου  $DEZ$ .



Ενδεικτική (ψηφιακή) δραστηριότητα 2:

Η ερώτηση κατανόησης 6 προτείνεται να διερευνηθεί με το μικροπείραμα «Εγγράψιμα τετράπλευρα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2264>