

**14ο Λύκειο Περιστερίου**  
**Κριτήριο αξιολόγησης**

**Νοέμβριος 2017**

**Όν/νομο** .....

**Ομάδα Α**

Δίνονται τα σημεία  $A(1,2)$  και  $B(4,6)$ . Να βρείτε:

**α)** Το μέσο  $\Gamma$  του  $AB$ .

μονάδες 5

**β)** Το μέτρο του διανύσματος  $AB$ .

μονάδες 7

**γ)** Σημείο  $M$  του επιπέδου για το οποίο ισχύει ότι  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ .

μονάδες 15

**δ)** Σημείο  $Z$  του άξονα  $x'x$  τέτοιο ώστε το τρίγωνο  $ZAB$  να είναι ισοσκελές με βάση την  $AB$ .

μονάδες 15

**ε)** Το συμμετρικό του  $A$  ως προς το  $B$ .

μονάδες 15

**στ)** Σημείο  $K$  τέτοιο, ώστε  $\overrightarrow{AK} // x'x$  και  $|\overrightarrow{AK}| = 3$ .

μονάδες 18

**ζ)** Αν  $\Delta(6,2)$ , να βρείτε σημείο  $E$  ώστε το τετράπλευρο  $ABE\Delta$  να είναι παραλληλόγραμμο.

μονάδες 10

**η)** Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A, B$  και  $\Theta(-5,-6)$  είναι συνευθειακά.

μονάδες 15



**14ο Λύκειο Περιστερίου**  
**Διαγώνισμα στις συντεταγμένες διανύσματος**

**Νοέμβριος 2017**

**Ομάδα Β**

**Όν/νομο** .....

Δίνονται τα σημεία  $A(-2,3)$  και  $B(4,-5)$ . Να βρείτε:

**α)** Το μέτρο του διανύσματος  $AB$ .

μονάδες 5

**β)** Το μέσο  $\Gamma$  του  $AB$ .

μονάδες 7

**γ)** Σημείο  $Z$  του άξονα  $y'y$  τέτοιο ώστε το τρίγωνο  $ZAB$  να είναι ισοσκελές με βάση την  $AB$ .

μονάδες 15

**δ)** Σημείο  $M$  του επιπέδου για το οποίο ισχύει ότι  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ .

μονάδες 15

**ε)** Το συμμετρικό του  $A$  ως προς το  $B$ .

μονάδες 15

**στ)** Σημείο  $K$  τέτοιο, ώστε  $\overrightarrow{AK} // y'y$  και  $|\overrightarrow{AK}| = 2$ .

μονάδες 18

**ζ)** Αν  $\Delta(6,2)$ , να βρείτε σημείο  $E$  ώστε το τετράπλευρο  $ABE\Delta$  να είναι παραλληλόγραμμο.

μονάδες 10

**η)** Να δείξετε ότι τα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Theta(-5,7)$  είναι συνευθειακά.

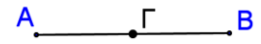
μονάδες 15



# Λύσεις

## Ομάδα Α

$$\alpha) x_{\Gamma} = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}, y_{\Gamma} = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+6}{2} = 4 \text{ \u00e1ρα } \Gamma\left(\frac{5}{2}, 4\right).$$



$$\beta) |\overline{AB}| = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = 5$$

$$\gamma) \u0395\u03c3\u03c4\u03c9 M(x, y), \text{ \u00f3\u00c4\u03c4\u03b5 } \overline{AM} = 2\overline{MB} \Leftrightarrow (x-1, y-2) = 2(4-x, 6-y) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 8-2x \\ y-2 = 12-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{14}{3} \end{cases}, \u00e1\u03c1\u03b1$$

$$M\left(3, \frac{14}{3}\right)$$

$$\delta) \u0395\u03c3\u03c4\u03c9 Z(\zeta, 0), \text{ \u00f3\u00c4\u03c4\u03b5: } (ZA) = (ZB) \Leftrightarrow$$

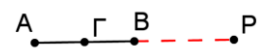
$$\sqrt{(\zeta-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(\zeta-4)^2 + (0-6)^2} \Leftrightarrow \cancel{\zeta^2} - 2\zeta + 1 + 4 = \cancel{\zeta^2} - 8\zeta + 16 + 36 \Leftrightarrow 6\zeta = 47 \Leftrightarrow \zeta = \frac{47}{6},$$

$$\u00e1\u03c1\u03b1 Z\left(\frac{47}{6}, 0\right).$$

\u03b5) \u0395\u03c3\u03c4\u03c9 P \u03c4\u03bf \u03c3\u03c5\u03bc\u03bc\u03b5\u03c4\u03c1\u03b9\u03ba\u03cc \u03c4\u03bf\u03c5 A \u03c9\u03c3 \u03c0\u03c1\u03bf\u03c3 \u03c4\u03bf B, \u03c4\u03cc\u03c4\u03b5 \u03c4\u03bf B \u03b5\u03b9\u03bd\u03b1 \u03bc\u03b5\u03c3\u03c9 \u03c4\u03bf\u03c5 AP \u03ba\u03b1\u03b9 \u03b9\u03c3\u03c7\u03c5\u03b5\u03b9 \u03cc\u03c4\u03b9:

$$x_B = \frac{x_A + x_P}{2} \Leftrightarrow 4 = \frac{1 + x_P}{2} \Leftrightarrow 8 = 1 + x_P \Leftrightarrow x_P = 7,$$

$$y_B = \frac{y_A + y_P}{2} \Leftrightarrow 6 = \frac{2 + y_P}{2} \Leftrightarrow 12 = 2 + y_P \Leftrightarrow y_P = 10, \u00e1\u03c1\u03b1 P(7, 10).$$



\u03c3\u03c4) \u0395\u03c3\u03c4\u03c9 K(x\u2081, y\u2081), \u03c4\u03cc\u03c4\u03b5  $\overline{AK} \perp x'$

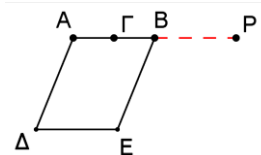
\u0395\u03b9\u03bd\u03b1  $\overline{AK} \perp x' \Leftrightarrow y_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow y_1 = 2$ , \u03c4\u03cc\u03c4\u03b5  $\overline{AK} = (x_1 - 1, 0)$  \u03ba\u03b9

$$|\overline{AK}| = 3 \Leftrightarrow |x_1 - 1| = 3 \Leftrightarrow x_1 - 1 = \pm 3 \Leftrightarrow x_1 = 4 \ \u03b7 \ x_1 = -2 \ \u00e1\u03c1\u03b1 \ K(4, 2) \ \u03b7 \ (-2, 2)$$

\u03b6) \u0395\u03c3\u03c4\u03c9 E(x\u2082, y\u2082)

ABE\u0394 \u03c0\u03b1\u03c1\u03b1\u03bb\u03b7\u03bb\u03cc\u03b3\u03c1\u03b1\u03bc\u03bc\u03bf \u03b1\u03bd \u03ba\u03b9 \u03bc\u03cc\u03bd\u03bf \u03b1\u03bd  $\overline{AB} = \overline{DE}$  \u2264

$$(4-1, 6-2) = (x_2-6, y_2-2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = x_2 - 6 \\ 4 = y_2 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 9 \\ y_2 = 6 \end{cases}, \u00e1\u03c1\u03b1 E(9, 6)$$



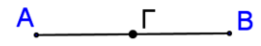
\u03b7) A(1, 2), B(4, 6), \u0398(-5, -6).

$$\overline{AB} = (4-1, 6-2) = (3, 4), \overline{B\u0398} = (-5-4, -6-6) = (-9, -12), \det(\overline{AB}, \overline{B\u0398}) = 0$$

## Ομάδα Β

2. α)  $|\overline{AB}| = \sqrt{(4+2)^2 + (-5-3)^2} = 10$

β)  $x_{\Gamma} = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1, y_{\Gamma} = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3-5}{2} = -1$  άρα  $\Gamma(1, -1)$ .



γ) Έστω  $Z(0, \zeta)$ , τότε:  $(ZA) = (ZB) \Leftrightarrow$

$$\sqrt{(0+2)^2 + (\zeta-3)^2} = \sqrt{(0-4)^2 + (\zeta+5)^2} \Leftrightarrow 4 + \cancel{\zeta^2} - 6\zeta + 9 = 16 + \cancel{\zeta^2} + 10\zeta + 25 \Leftrightarrow 16\zeta = -28 \Leftrightarrow \zeta = -\frac{7}{4},$$

άρα  $Z\left(0, -\frac{7}{4}\right)$ .

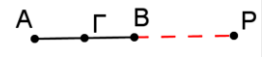
δ) Έστω  $M(x, y)$ , τότε  $\overline{AM} = 2\overline{MB} \Leftrightarrow (x+2, y-3) = 2(4-x, -5-y) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 8-2x \\ y-3 = -10-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{7}{3} \end{cases}$ , άρα

$M\left(3, -\frac{7}{3}\right)$ .

ε) Έστω P το συμμετρικό του A ως προς το B, τότε το B είναι μέσο του AP και ισχύει ότι:

$$x_B = \frac{x_A + x_P}{2} \Leftrightarrow 4 = \frac{-2 + x_P}{2} \Leftrightarrow 8 = -2 + x_P \Leftrightarrow x_P = 10,$$

$$y_B = \frac{y_A + y_P}{2} \Leftrightarrow -5 = \frac{3 + y_P}{2} \Leftrightarrow -10 = 3 + y_P \Leftrightarrow y_P = -13, \text{ άρα } P(10, -13).$$



στ) Έστω  $K(x_1, y_1)$ , τότε  $\overline{AK} = (x_1 + 2, y_1 - 3)$

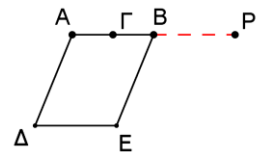
Είναι  $\overline{AK} // yy \Leftrightarrow x_1 + 2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -2$ , τότε  $\overline{AK} = (0, y_1 - 3)$  και

$$|\overline{AK}| = 2 \Leftrightarrow |y_1 - 3| = 2 \Leftrightarrow y_1 - 3 = \pm 2 \Leftrightarrow y_1 = 5 \text{ ή } y_1 = 1, \text{ άρα } K(-2, 5) \text{ ή } (-2, 1)$$

ζ) Έστω  $E(x_2, y_2)$

ABED παραλληλόγραμμο αν και μόνο αν  $\overline{AB} = \overline{DE} \Leftrightarrow$

$$(4+2, -5-3) = (x_2-6, y_2-2) \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = x_2 - 6 \\ -8 = y_2 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 12 \\ y_2 = -6 \end{cases}, \text{ άρα } E(12, -6)$$



η)  $A(-2, 3), B(4, -5), \Gamma(-5, 7)$ .

$$\overline{AB} = (4+2, -5-3) = (6, -8), \overline{B\Theta} = (-5-4, 7+5) = (-9, 12), \det(\overline{AB}, \overline{B\Theta}) = 0.$$