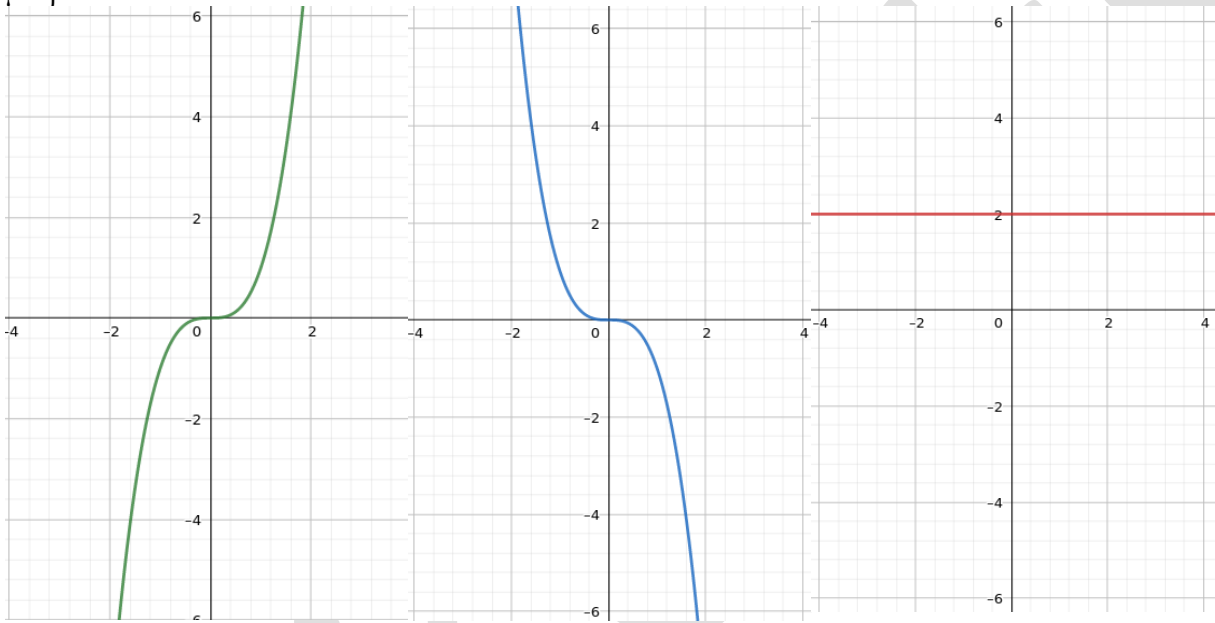


Μονοτονία – ακρότατα – Συμμετρίες

2^ο Θέμα

21164. Δίνεται το σημείο $A(-2, 8)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας περιττής και γνησίως μονότονης συνάρτησης f .

- α)** Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός ακόμα σημείου, το οποίο να ανήκει στη γραφική παράσταση της f . (Μονάδες 8)
- β)** Να βρείτε αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 9)
- γ)** Αν μία από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση f να αιτιολογήσετε ποια μπορεί να είναι:



Γραφική παράσταση (α)

Γραφική παράσταση (β)

Γραφική παράσταση (γ)

(Μονάδες 8)

Πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις

2^ο Θέμα

15989. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$.

- α)** Δίνεται ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μοναδική ακέραια ρίζα. Να προσδιορίσετε τη μοναδική ακέραια ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$. (Μονάδες 12)
- β)** Να βρείτε όλες τις ρίζες του $P(x)$ και να το γράψετε ως γινόμενο πρωτοβαθμίων παραγόντων. (Μονάδες 13)

4^ο Θέμα

21155. Στον πίνακα μιας σχολικής τάξης είναι γραμμένο το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, όπου οι συντελεστές a, b, c είναι μη μηδενικοί ακέραιοι αριθμοί. Δύο μαθητές, ο Α και ο Β, παίζουν ένα παιχνίδι, επιλέγοντας τιμές για τους συντελεστές ως εξής: πρώτα ο Α επιλέγει τιμή για κάποιον συντελεστή, μετά ο Β επιλέγει τιμή για έναν από τους δύο εναπομείναντες συντελεστές και τέλος ο Α

επιλέγει τιμή για τον συντελεστή που έμεινε. Προσπαθούν να επιλέξουν τους a, b, c ώστε το $P(x)$ να ικανοποιεί κάποια συγκεκριμένη συνθήκη.

α) Έστω ότι ο μαθητής Α επιλέγει $a = 2$, μετά ο Β επιλέγει $b = 1$ και τέλος ο Α επιλέγει πάλι $c = 2$. Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ θα έχει τότε ως μοναδική ρίζα τον αριθμό -2 . (Μονάδες 5)

β) Ο μαθητής Α επιλέγει $a = -1$. Να αποδείξετε ότι ανεξάρτητα πως θα παίξει ο μαθητής Β, ο Α μπορεί μετά να επιλέξει συντελεστή έτσι ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το πολυώνυμο $x - 1$. (Μονάδες 8)

γ) Ο μαθητής Α επιλέγει $c = 1$. Να αποδείξετε ότι ανεξάρτητα πως θα παίξει ο μαθητής Β, ο Α μπορεί μετά να επιλέξει συντελεστή έτσι ώστε το $P(x)$ να έχει σίγουρα ρίζα στο διάστημα $(-1, 0)$. (Μονάδες 7)

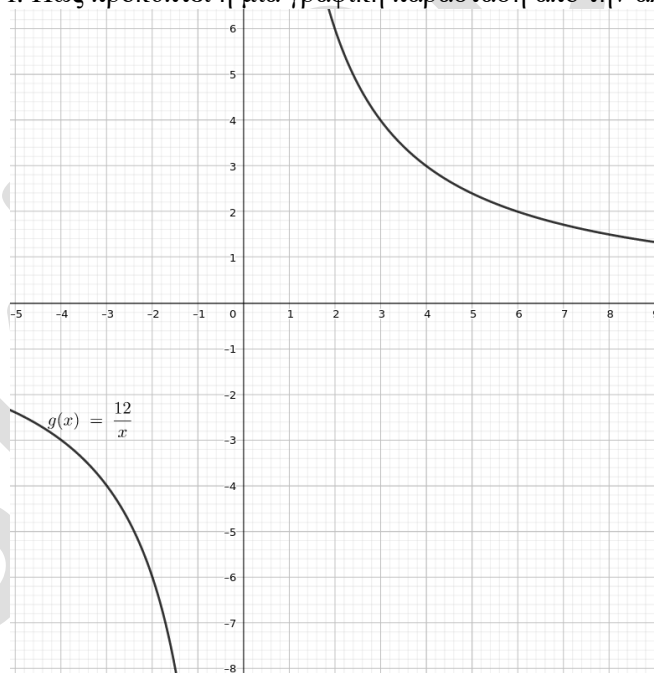
δ) Ο μαθητής Α επιλέγει $c = 2022$. Να αποδείξετε ότι όπως και να επιλεγούν μετά οι συντελεστές a και b είναι αδύνατον το $P(x)$ να έχει ως ρίζα τον αριθμό 13. (Μονάδες 5)

Εξισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές

4^ο Θέμα

14980. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{12}{x-1}$ και η παραβολή (C): $y = (x-2)^2$.

α) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{12}{x}$ τη γραφική παράσταση της f . Πώς προκύπτει η μία γραφική παράσταση από την άλλη;



(Μονάδες 8)

β) Δίνεται ότι το σύστημα (Σ): $\begin{cases} y = \frac{12}{x-1} \\ y = (x-2)^2 \end{cases}$ έχει μοναδική λύση. Να λύσετε το σύστημα (Σ). (Μονάδες 9)

γ) Να λύσετε το σύστημα (Σ'): $\begin{cases} y = \frac{12}{x - \sqrt{2022}} \\ y = (x - (1 + \sqrt{2022}))^2 \end{cases}$ ως προς (x, y) . (Μονάδες 8)

Λογαριθμικές συναρτήσεις**2^ο Θέμα**

21174. α) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η εξίσωση:

$$\log(x+1) = -\log 2 - \log(1-x) \quad (1)$$

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση $\log(x+1) = \log \frac{1}{2} - \log(1-x)$.

(Μονάδες 15)