

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Επιμέλεια: Λιακοπούλου Χ. – Κουκουλιάντας Γ.

ΘΕΜΑ 1^ο**A.** Να συμπληρώσετε τις επόμενες ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

β. $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

γ. $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$.**ΘΕΜΑ 2^ο****A.** Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Αν δύο τρίγωνα έχουν:

α. Δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.**β.** Μία πλευρά ίση και τις στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.**γ.** Τις μία προς μία ίσες, τότε είναι ίσα.**B.** Ποιά τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των γωνιών τους και ποιά τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των πλευρών τους (να γίνει ένα σχήμα για κάθε είδος)**ΘΕΜΑ 3^ο****A.** Να γράψετε τα τρία (3) κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.**α.** Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια, τότε είναι ίσα.**β.** Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντα όμοια.**γ.** Δύο ορθογώνια τρίγωνα με ίσες γωνίες είναι ίσα.

ΘΕΜΑ 4^ο

- A.** Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$. Να γράψετε τον τύπο της διακρίνουσας Δ .
- B.** Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα (α-δ) της στήλης A με ένα μόνο αριθμό (1-5) της στήλης B, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
α. Αν $\Delta > 0$	1. Η εξίσωση έχει μία τουλάχιστον λύση
β. Αν $\Delta < 0$	2. Η εξίσωση έχει άπειρες λύσεις
γ. Αν $\Delta \geq 0$	3. Η εξίσωση έχει μία λύση διπλή
δ. Αν $\Delta = 0$	4. Η εξίσωση δεν έχει λύσεις
	5. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις

- Γ.** Να γράψετε τις παρακάτω εξισώσεις στη μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$, και να βρείτε τους συντελεστές a , β , γ στην κάθε μία εξίσωση

1. $x(x + 2) = -1$ μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$ $a =$ $\beta =$ $\gamma =$

2. $2x^2 = -4x$ μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$ $a =$ $\beta =$ $\gamma =$

ΘΕΜΑ 5^ο

- A.** Να αναφέρετε τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ)** **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ)** **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Δύο τρίγωνα που έχουν τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες είναι πάντα ίσα.
- β.** Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν ίσες υποτεινουσες και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση, είναι ίσα.
- γ.** Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν δύο γωνίες του ενός είναι ίσες με δύο γωνίες του άλλου μία προς μία και μία πλευρά του ενός ίση με μία πλευρά του άλλου.
- δ.** Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες.

ΘΕΜΑ 6^ο

A. Να αποδείξετε ότι: $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$.

B. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α με ένα μόνο αριθμό της στήλης Β, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $(a + \beta) \cdot (a - \beta)$	1. $a^2 + \beta^2$
β. $(a - \beta)^3$	2. $(a + \beta)^2$
γ. $-(a + \beta) \cdot (-a - \beta)$	3. $a^3 - 3a^2\beta + 3a\beta^2 - \beta^3$
	4. $a^2 - \beta^2$
	5. $a^3 - \beta^3$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $(4^2 - 3 \cdot 5)^{100} = 1$.

β. $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - 1\right)^2} = \frac{1}{2} - 1$.

γ. $4a^2 - 1 = (4a - 1)(4a + 1)$.

ΘΕΜΑ 7^ο

A. Να αναφέρετε αναλυτικά τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.

(να γίνει το αντίστοιχο σχήμα για κάθε κριτήριο).

B. Ποιά τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των γωνιών τους και ποιά τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των πλευρών τους (να γίνει ένα σχήμα για κάθε είδος)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια.

β. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και τις τρίτες τους πλευρές ίσες.

γ. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες και μία πλευρά αντίστοιχα ίσες, τότε θα είναι ίσα.

ΘΕΜΑ 8^ο

- A.** Τι ονομάζεται εξίσωση 2^{ου} βαθμού;
- B.** Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης A με ένα μόνο στοιχείο της στήλης B.

Στήλη A Η εξίσωση	Στήλη B Έχει Διακρίνουσα
α) $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$	1) $\Delta = \beta^2$
β) $ax^2 + \beta x = 0, a \neq 0$	2) $\Delta = -4a\gamma$
γ) $ax^2 + \gamma = 0, a \neq 0$	3) $\Delta = \beta^2 + 4a\gamma$
	4) $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$

- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

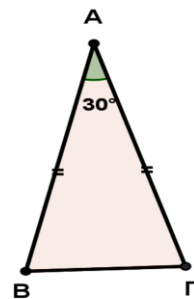
- α.** Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, με $a \neq 0$, έχει μία τουλάχιστον λύση αν η διακρίνουσα της είναι θετική ή μηδέν ($\Delta \geq 0$).
- β.** Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, με $a \neq 0$, τότε το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma = 0$, παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο:
 $ax^2 + bx + \gamma = (x - \rho_1)(x - \rho_2)$.

ΘΕΜΑ 9^ο

- A.** Πότε δύο πολύγωνα λέγονται όμοια;
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία.

β. Τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια.

γ. Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.



Γ. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι
- β.** Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι

ΘΕΜΑ 10^ο

- A.** Να διατυπώσετε τα 3 κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους μία προς μία ίσες τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
- β.** Δύο κανονικά πεντάγωνα είναι πάντα όμοια μεταξύ τους.
- γ.** Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων πολυγώνων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας.
- δ.** Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια.
- ε.** Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

ΘΕΜΑ 11^ο

- A.** Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(a + \beta)^3 = a^3 + 3a^2\beta + 3a\beta^2 + \beta^3$.
- B.** Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με τα κατάλληλα μονώνυμα, ώστε να ισχύουν οι ταυτότητες:
- α.** $(a + \beta)^2 = \dots + \dots + \dots$
- β.** $(\dots - \dots) \cdot (\dots + \dots) = a^2 - \beta^2$
- γ.** $(\dots - \dots)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$

ΘΕΜΑ 12^ο

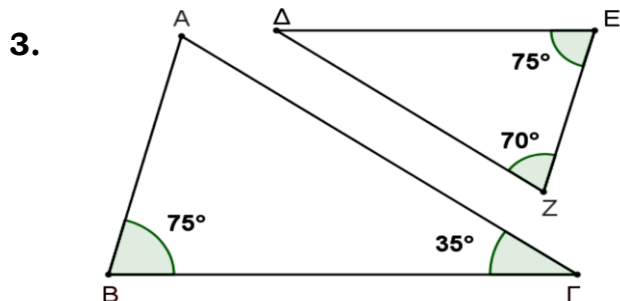
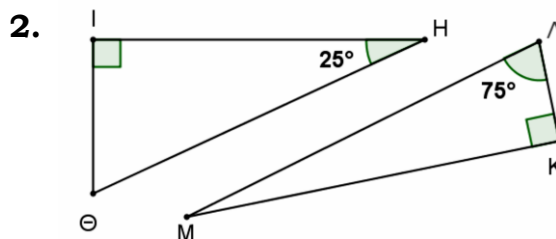
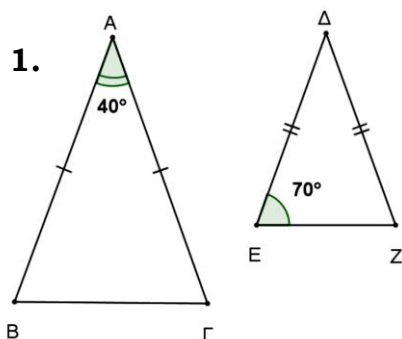
- A.** Να διατυπώσετε τα τρία (3) κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων.
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Δύο όμοια τρίγωνα είναι πάντα ίσα.
- β.** Δύο ορθογώνια τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες είναι πάντα ίσα.
- γ.** Δύο τρίγωνα με δύο πλευρές και μία γωνία ίσες είναι πάντα ίσα.

ΘΕΜΑ 13^ο

- A.** Να συμπληρωθούν οι ισότητες :
- $$(a + \beta)^2 = \quad (a - \beta)^2 = \quad (a + \beta) \cdot (a - \beta) =$$
- $$(a + \beta)^3 = \quad (a - \beta)^3 =$$
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Τα μονώνυμα $(\sqrt{3} - 2)xy^2$ και $(2 - \sqrt{3})xy^2$ είναι αντίθετα.
- β.** Η παράσταση $4x^2 + 9 + 12x$ είναι ανάπτυγμα τετραγώνου.
- γ.** Το πολυώνυμο $4x^4y^2 + 5x^3y - 7xy^3$ είναι 3^{ου} βαθμού ως προς x και y.
- δ.** Η παράσταση $3ax^{-2}$ είναι μονώνυμο.
- ε.** Ισχύει $(a + \beta)^2 = a^2 + \beta^2$.

ΘΕΜΑ 14^ο

A. Να αιτιολογήσετε σε ποιά από τα παρακάτω ζεύγη έχουμε όμοια τρίγωνα:



B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε θα είναι και όμοια.
- Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντα όμοια.
- Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία οξεία γωνία τους ίση, τότε είναι όμοια.
- Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν από μία γωνία 50° , τότε είναι όμοια.
- Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια.

ΘΕΜΑ 15^ο

A. Πότε μία ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(a + \beta)(a - \beta) = a^2 - \beta^2$.

Γ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες :

i) $(a + \beta)^2 = \dots\dots\dots$ ii) $(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$ iii) $(a + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 16^ο

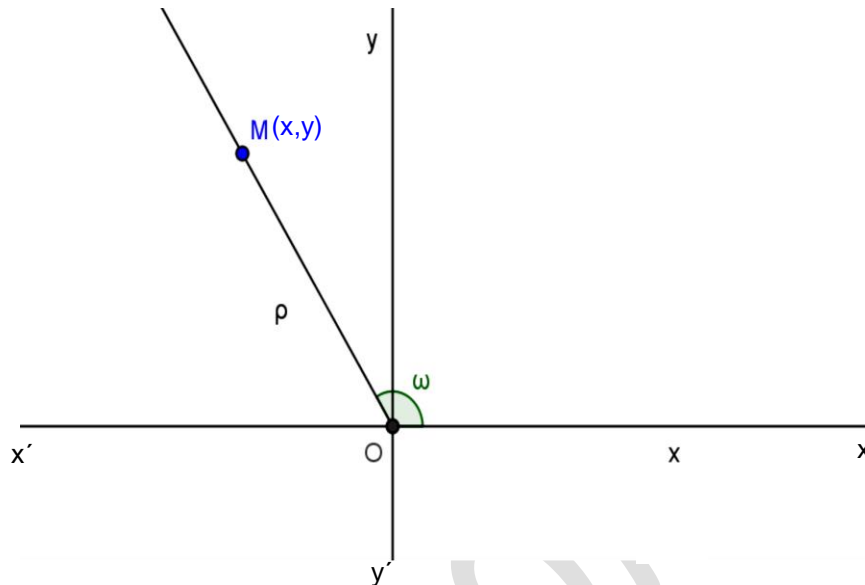
- A.** Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- B.** Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- β.** Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.
- γ.** Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μία γωνία ίση, τότε είναι ίσα.
- δ.** Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

ΘΕΜΑ 17^ο

- A.** Να διατυπώσετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
- β.** Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία και μία πλευρά ίση τότε είναι ίσα.
- γ.** Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία είναι ίσα.
- δ.** Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.

ΘΕΜΑ 18^ο

- A.** Στο παρακάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων είναι σχεδιασμένη μία γωνία ω . Το σημείο $M(x, y)$ είναι ένα τυχαίο σημείο της τελικής πλευράς της γωνίας ω . Με τη βοήθεια του σχήματος να δείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.



- B.** Να αντιστοιχίσετε σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης Α τον ίσο του τριγωνομετρικό αριθμό από την στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $\eta\mu 60^\circ$	1. $\eta\mu 120^\circ$
β. $\sigma\upsilon\nu 120^\circ$	2. $\epsilon\phi 135^\circ$
γ. $\epsilon\phi 45^\circ$	3. $-\eta\mu 120^\circ$
	4. $-\epsilon\phi 135^\circ$
	5. $\sigma\upsilon\nu 60^\circ$
	6. $-\sigma\upsilon\nu 60^\circ$

ΘΕΜΑ 19^ο

A. Τι ονομάζεται ταυτότητα ;

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες :

$$(a + \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a + \beta) \cdot (a - \beta) = \dots\dots\dots$$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. $(\kappa + \lambda)^2 = \kappa^2 + \lambda^2$.

β. $(a - \beta)^2 = (\beta - a)^2$.

γ. $(x - 1)^2 = x^2 - 1$.

δ. $(x - y)^3 = (y - x)^3$.

ε. $(a + 2\beta)^2 = (\beta + 2a)^2$.

ΘΕΜΑ 20^ο

A. Να αποδείξετε ότι : $(a + \beta)^2 = a^2 + 2a\beta + \beta^2$.

B. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

α. Το άθροισμα δύο τουλάχιστον μονωνύμων που δεν είναι όμοια λέγεται
Κάθε που περιέχεται σε ένα πολυώνυμο λέγεται όρος του πολυωνύμου.

β. Βαθμός ενός πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του είναι ο
..... από τους βαθμούς των του.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο.

β. Κάθε μονώνυμο είναι πολυώνυμο.

γ. Το άθροισμα μονωνύμων είναι μονώνυμο.

ΘΕΜΑ 21^ο

- A.** Να γράψετε τα τρία κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.
- B.** Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :
- Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος από τα άκρα του.
Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας από τις πλευρές της γωνίας.
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
- β.** Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία τότε θα έχουν και τις γωνίες τους ίσες μία προς μία.
- γ.** Κάθε διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου είναι διχοτόμος και ύψος.

ΘΕΜΑ 22^ο

- A.** Τι ονομάζουμε ταυτότητα;
- B.** Να γράψετε τα αναπτύγματα στις παρακάτω παραστάσεις, ώστε οι ισότητες που θα προκύψουν να είναι ταυτότητες.
- i)** $(a + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- ii)** $(a - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- iii)** $(a + \beta)(a - \beta) = \dots\dots\dots$
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση με **(Σ) Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **(Λ) Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο με αυτά.
- β.** Το πηλίκο μονωνύμων είναι πάντα μονώνυμο.
- γ.** Ο αριθμός 5 είναι μονώνυμο.
- δ.** Τα αντίθετα μονώνυμα έχουν ίδιο κύριο μέρος.