

**Κριτήριο αξιολόγησης στη διάταξη πραγματικών αριθμών  
2018-19**

Ομάδα: Α

Όνομα.....Επώνυμο.....

**ΘΕΜΑ Α**

μονάδες 8+8+8+8+15

Να αποδείξετε ότι:

α)  $\alpha^2 + 9 \geq 6\alpha$

β)  $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 1 \geq 0$ . Πότε ισχύει η ισότητα;

**Ασκηόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων

γ)  $\alpha^2 - 4\alpha + 5 > 0$

δ)  $2\alpha^2 - 4\alpha + 4 > 0$

**Ασκηόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων

ε)  $(\alpha + \beta) \left( \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) \geq 4$  με  $\alpha, \beta > 0$

### ΘΕΜΑ Β

μονάδες 15+15

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μήκος  $x$  εκατοστά και πλάτος  $y$  εκατοστά, αντίστοιχα. Αν για τα μήκη  $x$  και  $y$  ισχύει:  $4 \leq x \leq 7$  και  $2 \leq y \leq 3$  τότε:

α) Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της περιμέτρου του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

β) Αν το  $x$  μειωθεί κατά 1 και το  $y$  τριπλασιαστεί, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της περιμέτρου του νέου ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

**Ασκησόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων

### ΘΕΜΑ Γ

μονάδες 10+13

Αν  $0 < \alpha < 1$ , τότε

α) να αποδείξετε ότι:  $\alpha^3 < \alpha$ .

β) να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς:  $0, \alpha^3, 1, \alpha, \frac{1}{\alpha}, \alpha - 1$ .

**Ασκησόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων

**Κριτήριο αξιολόγησης στη διάταξη πραγματικών αριθμών  
2018-19**

Ομάδα: Β

Όνομα.....Επώνυμο.....

**ΘΕΜΑ Α**

μονάδες 8+8+8+8+15

Να αποδείξετε ότι:

α)  $2(\alpha^2 + \beta^2) \geq (\alpha + \beta)^2$

**Ασκηόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων

β)  $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha - 2\beta + 2 \geq 0$ . Πότε ισχύει η ισότητα;

γ)  $\alpha^2 + 2\alpha + 3 > 0$

δ)  $3x^2 + 4x + 4 > 0$

ε)  $(\alpha + \beta) \left( \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) \geq 4$  με  $\alpha, \beta > 0$

**ΘΕΜΑ Β**

μονάδες 10+13

Αν  $0 < \alpha < 1$ , τότε

α) να αποδείξετε ότι:  $\alpha^3 < \alpha$ .

**Ασκηόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων

β) να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς:  $0, \alpha^3, 1, \alpha, \frac{1}{\alpha}$ .

**ΘΕΜΑ Γ**

μονάδες 15+15

Το πλάτος  $x$  και το μήκος  $y$  ενός ορθογωνίου ικανοποιούν τις ανισότητες  $2 < x < 3$  και  $3 < y < 5$ . Αν αυξήσουμε το πλάτος κατά 0,2 και ελαττώσουμε το μήκος κατά 0,1, να βρείτε τις δυνατές τιμές:

i) της περιμέτρου ii) του εμβαδού του νέου ορθογωνίου.

**Ασκηόπολις**  
ο πιο πλούσιος κόσμος  
θεμάτων και ασκήσεων