

Κριτήριο αξιολόγησης στις πιθανότητες

14/10/2015

Ομάδα Α

1ο Θέμα

Εξετάστηκαν 150 κάτοικοι μιας περιοχής ως προς το έτος γέννησης τους.

Ο τετραψήφιος αριθμός του έτους γέννησης τους έχει πρώτο ψηφίο το 1 και δεύτερο το 9.

Το τρίτο ψηφίο ήταν 5 ή 6 ή 7 και το τέταρτο ψηφίο του ήταν 2 ή 3.

α) Με χρήση δένδρουδιαγράμματος, να προσδιορίσετε το σύνολο των δυνατών τετραψήφιων αριθμών.

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων

A: Το τέταρτο ψηφίο του έτους γέννησης είναι το 2.

B: Το τρίτο ψηφίο του έτους γέννησης είναι 5 ή 7.

Γ: Το τρίτο ψηφίο του έτους γέννησης δεν είναι ούτε 6 ούτε 7.

γ) Να βρείτε τον αριθμό των κατοίκων που έχουν γεννηθεί το 1963.

2ο Θέμα

Σε μία βιβλιοθήκη υπάρχουν διάφορα βιβλία. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα βιβλίο από τη βιβλιοθήκη η πιθανότητα να είναι βιβλίο Αγγλικών είναι 0,7. Η πιθανότητα ένα βιβλίο να είναι Αγγλικών είναι πενταπλάσια από την πιθανότητα να είναι Μαθηματικών.

Τέλος, η πιθανότητα ένα βιβλίο Αγγλικών ή Μαθηματικών είναι 0,8.

α) Επιλέγουμε ένα βιβλίο στην τύχη.

i) Ποια είναι η πιθανότητα το βιβλίο να είναι Αγγλικό βιβλίο Μαθηματικών;

ii) Ποια είναι η πιθανότητα το βιβλίο να είναι μόνο Μαθηματικών ή μόνο αγγλικών;

β) Αν η βιβλιοθήκη έχει 132 βιβλία Αγγλικών αλλά όχι Μαθηματικών, να βρείτε

i) Πόσα είναι τα συνολικά βιβλία της βιβλιοθήκης;

ii) Πόσα είναι τα Αγγλικά Μαθηματικά βιβλία;

3ο Θέμα

Από τους μαθητές μιας τάξης το 80% κάνει μαθήματα Αγγλικών, το 40% μαθήματα Γαλλικών, το 30% κάνει μαθήματα Αγγλικών και Γαλλικών, ενώ 2 μαθητές δεν κάνουν κανένα από τα δύο μαθήματα. Πόσους μαθητές έχει αυτή η τάξη;

Στέλιος Μιχαήλογλου

Κριτήριο αξιολόγησης στις πιθανότητες

14/10/2015

Ομάδα Β

1ο Θέμα

Έστω όλοι οι διψήφιοι αριθμοί των οποίων τα ψηφία είναι 4 ή 5 ή 6.

- α)** Με χρήση δένδροδιαγράμματος ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
- β)** Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους προηγούμενους αριθμούς. Να βρείτε τη πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:
- Ο αριθμός είναι άρτιος
 - Ο αριθμός διαιρείται με το 5.
 - Ο αριθμός δεν διαιρείται με το 3 ή το 5.

2ο Θέμα

Το 70% των κατοίκων μιας πόλης έχουν αυτοκίνητο και η πιθανότητα ένας κάτοικος της πόλης αυτής να έχει αυτοκίνητο είναι πενταπλάσια από τη πιθανότητα να έχει μηχανάκι. Η πιθανότητα ένας κάτοικος της πόλης να έχει αυτοκίνητο ή μηχανάκι είναι 0,8.

- α)** Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο.
- Ποια είναι η πιθανότητα να έχει αυτοκίνητο και μηχανάκι;
 - Ποια είναι η πιθανότητα να έχει μόνο αυτοκίνητο ή μόνο μηχανάκι;
- β)** Αν 66.000 κάτοικοι έχουν αυτοκίνητο και δεν έχουν μηχανάκι, να βρείτε:
- Πόσους κατοίκους έχει αυτή η πόλη.
 - Πόσοι κάτοικοι έχουν αυτοκίνητο και μηχανάκι

3ο Θέμα

Από τους μαθητές μιας τάξης το 80% κάνει μαθήματα Αγγλικών, το 40% μαθήματα Γαλλικών, το 30% κάνει μαθήματα Αγγλικών και Γαλλικών, ενώ 2 μαθητές δεν κάνουν κανένα από τα δύο μαθήματα. Πόσους μαθητές έχει αυτή η τάξη;

Στέλιος Μιχαήλογλου

Λύσεις

Ομάδα Α**1ο Θέμα**

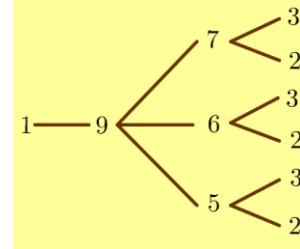
$$\alpha) \Omega = \{1952, 1953, 1962, 1963, 1972, 1973\}$$

$$\beta) A = \{1952, 1962, 1972\}, B = \{1952, 1953, 1972, 1973\}, \\ \Gamma = \{1952, 1953\}$$

$$N(A) = 3, N(B) = 4, N(\Gamma) = 2 \text{ και } N(\Omega) = 6$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ και}$$

$$P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

**2ο Θέμα**

Έστω **A: Το ενδεχόμενο το βιβλίο να είναι Αγγλικών,**

B: Το ενδεχόμενο το βιβλίο να είναι Μαθηματικό βιβλίο

$$\alpha) \text{ i) } P(A) = 5P(B) \Leftrightarrow 0,7 = 5P(B) \Leftrightarrow P(B) = 0,14.$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \Leftrightarrow$$

$$P(A \cap B) = 0,7 + 0,14 - 0,8 = 0,04$$

$$\text{ii) } P[(A - B) \cup (B - A)] \stackrel{\substack{B-A, A-B \\ \text{ασυμβίβαστα}}}{=} P(A - B) + P(B - A) =$$

$$P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,04 + 0,14 - 0,04 = 0,76$$

$$\beta) \text{ i) } N(A - B) = 112 \text{ και } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,04 = 0,66, \text{ άρα}$$

$$P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow 0,66 = \frac{132}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(\Omega) = \frac{132}{0,56} = 200 \text{ βιβλία}$$

Άρα η βιβλιοθήκη έχει συνολικά 200 βιβλία.

$$\text{ii) } P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow 0,04 = \frac{N(A \cap B)}{200} \Leftrightarrow N(A \cap B) = 0,04 \cdot 200 \Leftrightarrow$$

$$N(A \cap B) = 8 \text{ Βιβλία.}$$

Άρα η βιβλιοθήκη έχει συνολικά 8 Αγγλικά Μαθηματικά βιβλία.

3ο Θέμα

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

A: ο μαθητής κάνει μαθήματα Αγγλικών και Γ: ο μαθητής κάνει μαθήματα Γαλλικών

$$\text{Είναι } P(A) = \frac{80}{100}, P(\Gamma) = \frac{40}{100}, P(A \cap \Gamma) = \frac{30}{100}.$$

Το ενδεχόμενο ο μαθητής να μην κάνει κανένα από τα δύο μαθήματα είναι το $(A \cup \Gamma)'$ με

$$N[(A \cup \Gamma)'] = 2$$

Είναι $P(A \cup \Gamma) = P(A) + P(\Gamma) - P(A \cap \Gamma) = \frac{90}{100}$ και

$$P[(A \cup \Gamma)'] = 1 - P(A \cup \Gamma) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}. \text{ Όμως } P[(A \cup \Gamma)'] = \frac{N[(A \cup \Gamma)']}{N(\Omega)} = \frac{2}{N(\Omega)}$$

$$\text{Άρα } \frac{2}{N(\Omega)} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow N(\Omega) = 20$$

Ομάδα Β

1ο Θέμα

α) $\Omega = \{44, 45, 46, 55, 54, 56, 64, 65, 66\}$, $N(\Omega) = 9$

β) i. $A = \{44, 46, 54, 56, 64, 66\}$, $N(A) = 6$ και $P(A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

ii. $B = \{45, 55, 65\}$, $N(B) = 3$ και $P(B) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

iii. $\Gamma = \{44, 46, 56, 64\}$ $N(\Gamma) = 4$ και $P(\Gamma) = \frac{4}{9}$

2ο Θέμα

A: Το ενδεχόμενο ο κάτοικος να έχει αυτοκίνητο,

B: Το ενδεχόμενο να έχει μηχανάκι

α) i) $P(A) = 5P(B) \Leftrightarrow 0,7 = 5P(B) \Leftrightarrow P(B) = 0,14$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \Leftrightarrow$$

$$P(A \cap B) = 0,7 + 0,14 - 0,8 = 0,04$$

ii) $P[(A - B) \cup (B - A)] \stackrel{\text{B-A, A-B}}{\text{ασυμβίβαστα}} = P(A - B) + P(B - A) =$

$$P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,04 + 0,14 - 0,04 = 0,76$$

β) i) $N(A - B) = 66.000$ και $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,04 = 0,66$, άρα

$$P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{66}{100} = \frac{66.000}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(\Omega) = 100.000$$

ii) $P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow 0,04 = \frac{N(A \cap B)}{100.000} \Leftrightarrow N(A \cap B) = 0,04 \cdot 100.000 = 4.000$