

Ευκλείδια διαίρεση - Διαιρετόπιτα

1. Να κάνεις τις ακόλουθες διαιρέσεις και τις δοκιμές τους:

- α)** $4002 : 69$ **β)** $1445 : 17$ **γ)** $925 : 37$
δ) $3621 : 213$ **ε)** $35280 : 2940$ **στ)** $5082 : 77$

Λύση

α. Βήμα 1°

$$\begin{array}{r} 4002 \\ \hline 69 \\ \hline \end{array}$$

Βήμα 2°

$$\begin{array}{r} 4002 \\ \hline 69 \\ \hline -345 \\ \hline 55 \end{array}$$

Βήμα 3°

$$\begin{array}{r} 4002 \\ \hline 69 \\ \hline -345 \\ \hline 552 \\ \hline -552 \\ \hline 0 \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 58 \\ \hline 552 \\ + 345 \\ \hline 4002 \end{array}$$

β. Βήμα 1°

$$\begin{array}{r} 1445 \\ \hline 17 \\ \hline \end{array}$$

Βήμα 2°

$$\begin{array}{r} 1445 \\ \hline 17 \\ \hline 136 \\ \hline 8 \end{array}$$

Βήμα 3°

$$\begin{array}{r} 1445 \\ \hline 17 \\ \hline -136 \\ \hline 85 \\ \hline -85 \\ \hline 0 \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 85 \\ \hline 85 \\ + 136 \\ \hline 1445 \end{array}$$

γ. Βήμα 1°

$$\begin{array}{r} 925 \\ \hline -74 \\ \hline 18 \end{array}$$

Βήμα 2°

$$\begin{array}{r} 925 \\ \hline -74 \\ \hline 185 \\ \hline -185 \\ \hline 0 \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 25 \\ \hline 185 \\ + 74 \\ \hline 925 \end{array}$$

δ. Βήμα 1°

$$\begin{array}{r} 3621 \\ \hline -213 \\ \hline 149 \\ \hline 149 \\ \hline 0 \end{array}$$

Βήμα 2°

$$\begin{array}{r} 3621 \\ \hline -213 \\ \hline 1491 \\ \hline -1491 \\ \hline 0 \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{r} 213 \\ \times 17 \\ \hline 1491 \\ + 213 \\ \hline 3621 \end{array}$$

ε. Βήμα 1°

$$\begin{array}{r} 35280 \\ \hline -2940 \\ \hline 588 \end{array}$$

Βήμα 2°

$$\begin{array}{r} 35280 \\ \hline -2940 \\ \hline 5880 \\ \hline -5880 \\ \hline 0 \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{r} 2940 \\ \times 12 \\ \hline 5880 \\ + 2940 \\ \hline 35280 \end{array}$$

στ. Βήμα 1°

$$\begin{array}{r} 5082 \\ \hline 77 \\ \hline \end{array}$$

Βήμα 2°

$$\begin{array}{r} 5082 \\ \hline 77 \\ \hline -462 \\ \hline 46 \end{array}$$

Βήμα 3°

$$\begin{array}{r} 5082 \\ \hline 77 \\ \hline -462 \\ \hline 462 \\ \hline -462 \\ \hline 0 \end{array}$$

Δοκιμή

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 66 \\ \hline 462 \\ + 462 \\ \hline 5082 \end{array}$$

2. Να υπολογίσετε:

- α)** Πόσο κοστίζει το 1 μέτρο υφάσματος αν τα 5 μέτρα κοστίζουν 65€.
β) Πόσο κοστίζει το 1 κιλό κρέας αν για τα 3 κιλά πληρώσαμε 30€.
γ) Πόσα δοχεία των 52 λίτρων θα χρειαστούν για 46. 592 λίτρα κρασιού;

Λύση

- a)** Επειδή $65 : 5 = 13$, το 1 μέτρο υφάσματος κοστίζει 13€.
b) Επειδή $30 : 3 = 10$, για το 1 κιλό κρέας πληρώσαμε 10€.
γ) Επειδή $46592 : 52 = 896$ θα χρειαστούν 896 δοχεία των 52 λίτρων.

3. Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότιτες παριστάνουν Ευκλείδειες διαιρέσεις:

- a)** $125 = 35 \cdot 3 + 20$ **β)** $762 = 38 \cdot 19 + 40$
γ) $1500 = 42 \cdot 35 + 30$ **δ)** $300 = 18 \cdot 16 + 12$

Λύση

- α)** Έχουμε $u = 20$ που είναι μικρότερος από 35 και μεγαλύτερος από το 3. Άρα είναι υπόλοιπο της Ευκλείδειας διαίρεσης του 125 μόνο με το 35 και όχι με το 3.
- β)** Έχουμε $u = 40$ που είναι μεγαλύτερος από τους 38 και 19, οπότε δεν είναι υπόλοιπο Ευκλείδειας διαίρεσης με διαιρέτη το 38 ή το 19.
- γ)** Έχουμε $u = 30$ που είναι μικρότερος από τους 42 και 35. Άρα είναι υπόλοιπο της Ευκλείδειας διαίρεσης του 1500 με το 42 ή με το 35.
- δ)** Έχουμε $u = 12$ που είναι μικρότερος από τους 18 και 16. Άρα είναι υπόλοιπο της Ευκλείδειας διαίρεσης του 300 με το 18 ή με το 16.

4. Αν ο v είναι φυσικός αριθμός, ποια μπορεί να είναι τα υπόλοιπα της διαίρεσης $v : 8$;

Λύση

Από τον τύπο της Ευκλείδειας διαίρεσης ισχύει: $v = 8 \cdot p + u$ όπου p το πολύκο της διαίρεσης $v : 8$ και u το υπόλοιπο.

Γνωρίζουμε όμως το πολύκο u είναι φυσικός αριθμός για τον οποίο ισχύει: $0 \leq u < 8$, άρα $u = 0$ ή $u = 1$ ή $u = 2$ ή $u = 3$ ή $u = 4$ ή $u = 5$ ή $u = 6$ ή $u = 7$

5. Αν ένας αριθμός διαιρεθεί δια 9 δίνει πολύκο 73 και υπόλοιπο 4. Ποιος είναι ο αριθμός;

Λύση

Αν Δ ο ζητούμενος αριθμός, τότε από τον τύπο της Ευκλείδειας διαίρεσης, έχουμε:

$$\Delta = 9 \cdot 73 + 4 = 675 + 4 = 661$$

6. Αν σήμερα είναι Τρίτη, τι ημέρα θα είναι μετά από 247 ημέρες;

Λύση

Γνωρίζουμε ότι Τρίτη έχουμε μία φορά την εβδομάδα, δηλαδή κάθε 7 ημέρες.

Είναι $247 = 7 \cdot 35 + 2$, δηλαδή οι 247 ημέρες, είναι 35 εβδομάδες και 2 ημέρες.

Μετά από 35 εβδομάδες θα είναι και πάλι Τρίτη και μετά από δύο ημέρες θα είναι Πέμπτη, άρα 247 ημέρες μετά θα είναι Πέμπτη.

7. Τέσσερις φίλοι παίζουν ένα παιχνίδι με τραπουλόχαρτα, που ξεκινάει με τη μοιρασιά των 52 χαρτιών στους 4 παίκτες. Πόσα τραπουλόχαρτα θα έχει ο καθένας στο χέρι του; Φεύγει ο

ένας από αυτούς και αποφασίζουν οι υπόλοιποι να παίξουν ένα άλλο παιχνίδι που απαιτεί να συμπεριλάβουν στην τράπουλα και τους 2 μπαλαντέρ. Αν κάνουν πάλι τη μοιρασία της τράπουλας θα φθάσουν τα τραπουλόχαρτα ή θα περισσέψουν κάποια; Αν δεν έφευγε ο τέταρτος θα μπορούσαν να παίξουν το δεύτερο παιχνίδι ή θα περίσσευαν τραπουλόχαρτα στη μοιρασία;

Λύση

Επειδή $52 : 4 = 13$, καθένας από τους 4 παίκτες θα έχει 13 τραπουλόχαρτα.

Επειδή $54 : 3 = 18$, καθένας από τους 3 παίκτες θα έχει 18 τραπουλόχαρτα, δηλαδή η τράπουλα μοιράζεται ακριβώς στους 3 παίκτες.

Επειδή $54 = 4 \cdot 13 + 2$, αν δεν είχε φύγει ο τέταρτος παίκτης δεν θα μπορούσαν να παίξουν το δεύτερο παιχνίδι γιατί τους περισσεύουν 2 τραπουλόχαρτα.

8. Να εκτελεστούν οι ακόλουθες διαιρέσεις και να γραφούν σύμφωνα με την ισόπιτη της Ευκλείδειας διαιρέσης.

α) $59 : 6$

β) $127 : 34$

Λύση

α)
$$\begin{array}{r} 59 \\ - 54 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$59 = 6 \cdot 9 + 5$$

β)
$$\begin{array}{r} 127 \\ - 102 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$125 = 34 \cdot 3 + 25$$

ΕΞΑΣΚΗΣΗ

9. Να εξετάσεις ποιες από τις ακόλουθες ισόπιτες παριστάνουν Ευκλείδειες διαιρέσεις.

α) $127 = 33 \cdot 3 + 28$

β) $762 = 38 \cdot 19 + 40$

γ. $1465 = 41 \cdot 35 + 30$

δ) $80 = 9 \cdot 8 + 8$

ε) $65 = 7 \cdot 9 + 2$

στ) $44 = 4 \cdot 8 + 12$

10. Ποιος αριθμός όταν διαιρεθεί με το 18 δίνει πηλίκο 21 και υπόλοιπο 7;

11. Ποιο είναι το λάθος που έχουν οι παρακάτω διαιρέσεις;

α)
$$\begin{array}{r} 60 \\ - 63 \\ \hline 3 \end{array}$$

β)

γ)
$$\begin{array}{r} 65 \\ 9 \\ \hline 8 \\ 7 \end{array}$$

γ)
$$\begin{array}{r} 148 \\ - 117 \\ \hline 31 \\ - 26 \\ \hline 5 \end{array}$$

12. Να κάνεις τις ακόλουθες διαιρέσεις και τις δοκιμές τους:

α) $63 : 8$

β) $517 : 63$

γ) $8542 : 14$

δ) $59783 : 245$

13. **α)** να υπολογίσετε τα υπόλοιπα των διαιρέσεων Δ: 6

β) να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς Δ, που διαιρούμενοι με το 6 δίνουν πηλίκο 12.

14. Με τη βοήθεια της Ευκλείδειας διαιρέσος υπολόγισε:

α) Ποια ημέρα θα έχουμε μετά από 153 ημέρες, αν σήμερα είναι Πέμπτη;

β) Σε πόσες τριάδες μπορούν να παραταχθούν οι 26 μαθητές ενός τμήματος;

γ) Πόσα τελάρα των 20 θέσεων χρειάζονται για να συσκευαστούν 632 μπουκάλια μπύρας;

Στέλιος Μιχαήλογλου