

**A. Πεδίο ορισμού**

1. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπους

$$\text{i)} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} \quad \text{ii)} f(x) = \sqrt[3]{2 - \sqrt{x-1}} \quad \text{iii)} f(x) = \sqrt{2 - \log_3(x+2)} \quad \text{iv)} f(x) = \log_x(\log_4(3-x^2))$$

$$\text{v)} f(x) = \sqrt{\log \frac{5x - x^2}{4}} \quad \text{vi)} f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{4-x^2}} \quad \text{vii)} f(x) = \sqrt{5 - |x+4|} \quad \text{viii)} f(x) = \sqrt{\eta\mu x} - \sqrt[3]{1-x^2}$$

2. Να βρεθεί ο  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε  $f(x) = \ln(x^2 + 2\lambda x + 9)$  να έχει πεδίο ορισμού  $A = \mathbb{R}$

3. Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  στο οποίο ορίζεται καθεμιά από τις παρακάτω συναρτήσεις:

$$\text{α)} f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{(x-1)\sqrt{x+1}} \quad \text{β)} f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-2}-1} + \frac{3}{\sqrt{4-x}-\sqrt{x}} \quad \text{γ)} f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x}}{|x-2|-1} + \frac{1}{|3x-8|-|x|} \quad \text{δ)} f(x) = \frac{5}{|x-3|-1}$$

$$\text{ε)} f(x) = \log(x^2 + x - 2) + \log \frac{x+3}{3-x} \quad \text{στ)} f(x) = \sqrt{e^x - 1} + \sqrt{1 - \ln x} \quad \text{ζ)} f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{2\eta\mu x - 1} + \frac{1}{\epsilon\phi x - 1}, x \in [0, 2\pi]$$

**B. Γραφική παράσταση**

4. Για ποιες τιμές του  $\chi$  η  $C_f$  βρίσκεται πάνω, η κάτω από των  $\chi\chi'$  όταν:

$$\text{i)} f(x) = x^2 - 5x + 6 \quad \text{ii)} f(x) = e^{3x} - 1 \quad \text{iii)} f(x) = \log_5(x-3) - 1 \quad \text{iv)} f(x) = \sqrt{x-3} - 2$$

5. Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ . α) Να βρείτε τις τιμές  $f(1)$ ,  $f(0)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(2)$

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τους άξονες γ) Να βρείτε τις τιμές  $f(t)$ ,  $f(xt)$ ,  $f(x+h)$ ,  $x, t, h \in \mathbb{R}$ .

6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^{\frac{1}{\ln x}}$ . α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ . β) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = e$  για κάθε  $x$  του πεδίου ορισμού της. γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση

**Γ. Ίσες συναρτήσεις**

7. Εξετάστε ποιες από τις επόμενες συναρτήσεις είναι ίσες και σε ποιο σύνολο

$$\text{i)} f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}, \quad g(x) = \frac{x^2+2x}{x^3-x} \quad \text{ii)} f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2}}, \quad g(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$$

iii)  $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{|x-5|}$ ,  $g(x) = \sqrt{x-5} + \sqrt{|4-x|}$

8. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x + 1$ .

α) Να εξετάσετε ποιες από τις συναρτήσεις του παρακάτω πίνακα είναι ίσες με τη συνάρτηση  $f$ .

$f_1(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$	$f_2(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1}$	$f_3(x) = (\sqrt{x+1})^2$
$f_4(x) = x \left(\frac{1}{x} + 1\right)$	$f_5(x) = \ln e^{x+1}$	$f_6(x) = e^{\ln(x+1)}$

β) Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  στο οποίο οι παραπάνω συναρτήσεις είναι όλες ίσες.

9. Δίνονται οι συναρτήσεις

$f_1(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$	$f_2(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$	$f_3(x) = \frac{\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}}$
$f_4(x) = \sqrt{\frac{(x-1)^2}{x^2-1}}$	$f_5(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$	$f_6(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}}$

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού καθεμιάς συνάρτησης. β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν ζεύγη ίσων συναρτήσεων.

γ) Να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  στο οποίο οι παραπάνω συναρτήσεις είναι όλες ίσες.

10. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ,  $g(x) = \frac{2x^2 + 2ax + a}{2(x^2 - 1)}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $x > 0$ .

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των  $f$ ,  $g$       β) Για ποια τιμή του  $a$  ισχύει  $f = g$ ;

**Δ. Πραξεις με συναρτήσεις**

11. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \begin{cases} x-1, & x \in [0,2] \\ 2x^2-3, & x \in (2,6) \end{cases}$        $g(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \in (-2,1) \\ 3x+6, & x \in [1,13] \\ \sqrt{x-1}, & x \in [1,13] \end{cases}$

Να ορίσετε τις συναρτήσεις  $2f+3g$ ,  $f.g$ ,  $f-2g$

12. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 2 \\ \sqrt{x}, & x > 2 \end{cases} \quad \text{και} \quad g(x) = \begin{cases} \ln x, & 0 < x < 3 \\ -2x+3, & x \geq 3 \end{cases} \quad \text{Να βρείτε τις συναρτήσεις: } \alpha) f+g \quad \beta) f \cdot g$$

**E. Σύνθεση συναρτήσεων**

13. Έστω οι συναρτήσεις  $f(x) = \sqrt{x+3}$  και  $g(x) = \ln(x-2)$  Να βρείτε τις συναρτήσεις

**i.**  $f \circ g$     **ii.**  $g \circ f$     **iii.**  $f \circ f$     **iv.**  $g \circ g$

14. Να ορισθούν οι συναρτήσεις  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ ,  $f \circ f$ ,  $g \circ g$  όταν

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & x \in [1, +\infty) \\ 2x+3, & x \in (-\infty, 1) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+3}, & x > 0 \\ 3x + \sqrt{1-x}, & x \leq 0 \end{cases}$$

15. Βρείτε συνάρτηση  $f$  τέτοια ώστε **i)**  $(f \circ g)(x) = -x^2 + x - 3$ , αν  $g(x) = x-1$

**ii)**  $(f \circ g)(x) = \sqrt{3+x^2+x^4}$ , αν  $g(x) = x^2$     **iii)**  $(g \circ f)(x) = 5x+4$ , αν  $g(x) = 7x-6$

16. Δίνεται συνάρτηση  $f: [0,2] \rightarrow \mathbb{R}$ . Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων

**i)**  $f(\sqrt{1-x^2})$ ,    **ii)**  $f(3x-2)$     **iii)**  $f\left(\frac{3+x}{x-3}\right)$

17. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[0, 1]$ . Ποιο είναι το πεδίο **α)**  $f(x^2)$

**β)**  $f(x-4)$  **γ)**  $f(\ln x)$  ορισμού των συναρτήσεων:

19. Ποια καμπύλη είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = f(f(f(x)))$ , αν  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ;

20. Να γράψετε τη συνάρτηση  $f(x) = x^x$ ,  $x > 0$  ως σύνθεση δύο άλλων συναρτήσεων.

21. Αν για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $[f(x)]^3 + x^3 = a$  ναδειχθεί ότι  $(f \circ f)(x) = x$

22. Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , τέτοια ώστε  $\frac{f(x)}{x} + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$ ,  $x \in \mathbb{R}^*$  Βρείτε το τυπο της  $f$ .

23. Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , για την οποία ισχύει η σχέση  $f(x+\psi) = f(x) + f(\psi)$ ,  $x, \psi \in \mathbb{R}$ . Δειξτε

- I)** ότι  $f(0)=0$  **ii)**  $f(kx)=kf(x)$ ,  $k \in \mathbb{N}$  **iii)** Η  $f$  είναι περιττή
- 24.** Εστω η άρτια συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει  $f(\alpha + \beta) \leq f(\alpha) + f(\beta)$ , να δείξετε ότι.  
**I)**  $f(x) \geq 0$ . **ii)**  $|f(\alpha) - f(\beta)| \leq f(\alpha - \beta)$   $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .
- 25.** Αν  $(f \circ g)(x) = \frac{x}{e} + \frac{e}{x}$  και  $g(x) = \ln x - 1$ ,  $x > 0$ . Να βρεθεί ο τύπος της  $f$
- 26.** Αν  $f(x) = g(x) - x$  και  $g(x) = x^2 - f(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , ναδειχθεί ότι  $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x) = xf(x)$
- 27.** Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $f(x-1) - 2f(3-x) = x^2 + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . ναδειχθεί ότι  
**I)**  $f(x) - 2f(2-x) = x^2 + 2x + 2$  **ii)**  $f(2-x) - 2f(x) = x^2 - 6x + 10$ . **Iii)** Να βρεθεί ο τύπος της  $f$
- 28.** Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) + f(y)$  για κάθε  $x, y \in \mathbb{R}$ .  
**α)** Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της  $f$  περνά από την αρχή των αξόνων.  
**β)** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι άρτια.  
**γ)** Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $f(|x|) = f(x)$ .
- 29.** Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύει  $2f(x) - 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ ,  $x \neq 0$ , να βρείτε το  $f(2)$ .
- 30.** Αν  $f(f(x)) = x^2 - x + 1$  να βρεθεί η  $f(1)$ .
- 31.** Αν  $f(f(x)) = 3x - 2$  ναδειχθεί ότι  $f(3x - 2) = 3f(x) - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$

**ΣΤ. Μονοτονία Συνάρτησης**

- 32.** Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ .  
**I)** Ναδειχθεί ότι η  $f$  είναι γνησίως αυξουσα στο  $A = [0, +\infty)$   
**ii)** Ναδειχθεί ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει μοναδική λύση στο  $A$ .  
**Iii)** Να λυθεί η ανίσωση  $f(x) < 0$  στο  $A$ .
- 33.** Να βρεθούν οι τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$  ώστε η  $f(x) = \left(\frac{\alpha - 2}{\alpha + 3}\right)^x$  να είναι **I)** γνησίως αυξουσα στο  $\mathbb{R}$   
**ii)** γνησίως φθινουσα στο  $\mathbb{R}$

34. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  ορισμένες στο  $\mathbb{R}$ , οι οποίες είναι γνησίως μονότονες και έχουν το ίδιο είδος μονοτονίας (είναι και οι δύο γνησίως αύξουσες ή και οι δύο γνησίως φθίνουσες).
- α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f \circ g$  είναι γνησίως αύξουσα.
- β) Να εξετάσετε τη μονοτονία των συναρτήσεων  $f \circ f$  και  $g \circ g$ .
- γ) Να εξετάσετε τη μονοτονία της συνάρτησης  $f(x) = \ln[\ln(x)], x > 1$ .

35. Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$  είναι περιττή. Αν η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$  με  $\alpha, \beta > 0$ , να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και στο διάστημα  $[-\beta, -\alpha]$ .

36. Έστω  $f, g$  δύο συναρτήσεις με κοινό πεδίο ορισμού το διάστημα  $\Delta$ , οι οποίες παίρνουν θετικές τιμές για κάθε  $x \in \Delta$  και οι οποίες είναι γνησίως αύξουσες στο  $\Delta$ . Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $\frac{1}{f} + \frac{1}{g}$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ .

37. Δίνεται η γνησίως φθίνουσα συνάρτηση  $f: \Delta \rightarrow \mathbb{R}$ . Αν  $x_1, x_2, \dots, x_{100} \in \Delta$  με  $x_1 < x_2 < \dots < x_{100}$  ισχύει:  $f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{100}) = 1$ , να δείξετε ότι:  $f(x_1) > 0,01$

38. Έστω η συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(0) = 0$ , η οποία είναι γνησίως αύξουσα και η συνάρτηση  $g(x) = \frac{f(x)}{\ln(x+1)}, x > 0$ . Να αποδείξετε ότι  $g(x) > 0$  για κάθε  $x > 0$ .

### Z. Συναρτηση 1-1

39. Αν  $f(f(x)) = x^2 - x + 1, x \in \mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι **i)**  $f(1) = 1$  **ii)** αν  $g(x) = x^2 - x f(x) + 1$ , η  $g$  δεν είναι 1-1

40. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^{x-1} + x + 2$ . **i)** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι 1-1.

**ii)** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 4$ . **iii)** Να λύσετε την ανίσωση  $e^{x-1} + x - 2 > 0$

41. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει 1-1 συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με την ιδιότητα  $f^2(x) < f(x)f(a-x)$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , όπου  $a$  σταθερός μη μηδενικός πραγματικός αριθμός.

42. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f: A \rightarrow R$  και  $g: f(A) \rightarrow R$ . Αν η συνάρτηση  $g \circ f$  είναι 1-1, να αποδείξετε ότι:
- i) η  $f$  είναι 1-1      ii) η  $g$  είναι 1-1

43. Αν η  $f, g$  είναι 1-1 να δείξετε ότι η  $g \circ f$  είναι 1-1.

### Η. Αντιστροφή Συναρτησης

44. Έστω μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $R$ , για την οποια ισχύει  $(f \circ f)(x) - f(x) = x$ , για κάθε  $x \in R$ . Να αποδείξετε ότι υπάρχει η αντίστροφη της  $f$ .

45. Να βρείτε όλες τις συναρτήσεις της μορφής  $f(x) = ax + b$ ,  $a \neq 0$ , σε καθεμιά από τις περιπτώσεις:

α)  $f = f^{-1}$     β)  $f = -f^{-1}$     γ)  $f = f^{-1} + c$  ( $c \neq 0$ , σταθερά)

46. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$ . α) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι 1-1. β) Να βρείτε την  $f^{-1}$ .

47. Να βρεθεί η αντίστροφη της συνάρτησης  $f(x) = 2 - \sqrt{4-x}$

48. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln x - \frac{e}{x} + x$  I) Να αποδειχθεί ότι αντιστρέφεται

ii) Να λυθεί η εξίσωση  $f^{-1}(x) = x$

49. Βρείτε αν υπάρχουν τις αντιστροφές των επομένων συναρτήσεων i)  $f(x) = \frac{3x-2}{x+3}$  ii)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

iii)  $f(x) = \sqrt{3+\sqrt{2-x}}$  iv)  $f(x) = \begin{cases} x-2, & x < 3 \\ 2x-5, & x \geq 3 \end{cases}$  v)  $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0,1] \\ 2-x, & x \in [1,2] \end{cases}$

50. Δίνεται η συνάρτηση  $f: R_+ \rightarrow R$  τέτοια ώστε  $f(\chi+\psi) = f(\chi) + f(\psi)$ . Αν η  $f$  είναι αντιστρέψιμη να

δείξετε ότι  $f^{-1}(\alpha) \cdot f^{-1}(\beta) = f^{-1}(\alpha + \beta)$

51. Μια συνάρτηση  $f: IR \rightarrow IR$  έχει την ιδιότητα  $(f \circ f)(x) + f^{2003}(x) = \chi^{2001}$ , για κάθε  $\chi \in R$ . Να αποδείξετε ότι η  $f$  αντιστρέφεται.

52. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2 - \chi - \ln x$ . i) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι, γνησίως φθίνουσα.

ii) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = f(1)$  iii) Να λύσετε την ανίσωση  $\chi + \ln \chi > 1$ .

53. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^x + \chi^3 + \chi + 1$ . i) Να αποδείξετε ότι η  $f$  αντιστρέφεται, ii) Να λύσετε την εξίσωση  $e^{x^2-x} + (x^2-x)^3 + x^2 - 2\chi = e^{x+3} + (\chi+3)^3 + 3$

54. Αν η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  έχει την ιδιότητα  $f(f(x)) = x + f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , να αποδειχθεί ότι:
- i) η  $f$  είναι αντιστρέψιμη ii)  $f(0) = 0$  iii)  $f^{-1}(x) = f(x) - x \quad x \in f(\mathbb{R})$
55. Αν η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι γνησίως μονοτονή και η γραφική της παρασταση διέρχεται από τα σημεία  $A(3,2)$  και  $B(5,9)$  i) Να λυθεί η εξίσωση  $f(2 + f^{-1}(x^2 + x)) = 9$   
ii) Να λυθεί η ανίσωση  $f(f^{-1}(x^2 - 8x) - 2) < 2$
56. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + x - 1$  i) Να δείξετε ότι η  $f$  αντιστρέφεται  
ii) Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = f^{-1}(x)$  iii) Να λυθεί η ανίσωση  $f^{-1}(3x + 2) > 1$
57. Οι συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  έχουν την ιδιότητα  $(g \circ f)(x) = x^3 + 3f(x) + 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .  
Να αποδείξετε ότι η  $f$  αντιστρέφεται.
58. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  η οποία είναι γνησίως αύξουσα στο  $A$ . α) Δείξτε ότι ορίζεται η  $f^{-1}$  και ότι είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της. β) Δείξτε ότι το  $\rho$  είναι ρίζα της εξίσωσης  $f^{-1}(x) = f(x)$  αν και μόνο αν είναι ρίζα της εξίσωσης  $f(x) = x$ . Δώστε γεωμετρική ερμηνεία αυτής της πρότασης. γ) Λύστε την εξίσωση  $g^{-1}(x) = g(x)$ , όπου  $g(x) = \ln x + x - 5$ .
59. Έστω μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει  $(f \circ f)(x) - f(x) = x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .  
Να αποδείξετε ότι υπάρχει η αντίστροφη της  $f$ .
60. α) Δίνεται η συνάρτηση  $f$  γνησίως μονότονη στο πεδίο ορισμού της  $A$ . Αποδείξτε ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει το πολύ μία ρίζα στο  $A$ . β) Να δοθεί γεωμετρική ερμηνεία στο παραπάνω συμπέρασμα.  
γ) Να λύσετε τις εξισώσεις: i)  $e^{x-2} = 3 - x$ , ii)  $6^x + 8^x = 10^x$ .
61. Αν  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(0) = 1$  και  $f(x+y) \leq e^x f(y)$  για κάθε  $x, y \in \mathbb{R}$ , να δειχθεί ότι  $f(x) = e^x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$
62. Έστω η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow (1, +\infty)$ , για την οποία ισχύει  $f^2(x) + 1 = 2f(x) + e^{2x}$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .
- i) Να βρείτε τον τύπο της  $f$  και να αποδείξετε ότι είναι «1-1».  
ii) Να βρείτε τον τύπο της  $f^{-1}$ .

63. Έστω συνάρτηση  $f$  ορισμένη στο  $\mathcal{R}$  τέτοια ώστε να ισχύουν:  $\ln[f(x)] + e^x - 1 = 0$ , και  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in \mathcal{R}$ .
- i. Να δείξετε ότι η  $f$  αντιστρέφεται. Ι) Βρείτε την  $f^{-1}$ .
  - iii) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f^{-1}$  με την ευθεία  $\psi = 2$ .