**ΟΕΦΕ**

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ**

**2015 Α΄ ΦΑΣΗ**

Δευτέρα 5 Ιανουαρίου 2015

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε μιγαδικούς  ισχύει: 

μονάδες 8

**Α2.** Έστω f μια συνάρτηση και Δ ένα διάστημα του πεδίου ορισμού της. Πότε η f ονομάζεται

γνησίως φθίνουσα δτο Δ;

μονάδες 3

**Α3.** Πότε μια συνάρτηση f ( θα λέμε ότι) είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα ;

μονάδες 4

**Α4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα

στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστή, αν η πρόταση είναι σωστή,

ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

**α.** Για κάθε ισχύει: .

**β.** Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη και η γραφική της παράσταση τέμνει την 

στο σημείο Α, τότε η γραφική παράσταση της αντίστροφης της διέρχεται από το σημείο Α.

**γ.** Αν για τη συνάρτηση f ισχύει  για κάθε χ κοντά στο  και υπάρχει το ,

τότε .

**δ.** Αν για τη συνάρτηση f ισχύει τότε είναι παραγωγίσιμη στο  με

.

**ε.** Αν μια συνάρτηση είναι συνεχής στο , τότε είναι και παραγωγίσιμη στο .

μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση g με .

**Β1.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση g αντιστρέφεται και να βρεθεί η αντίστροφή της.

μονάδες 8

**Β2.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g στο σημείο

 εφάπτεται και στη γραφική παράσταση της συνάρτησης .

μονάδες 9

**Β3.** Να βρεθεί το σύνολο τιμών της συνάρτησης .

μονάδες 4

**Β4.** Δίνεται η συνάρτηση  με .

Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό  ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο .

μονάδες 4

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι συναρτήσεις ,  και η συνάρτηση h με  ώστε:

* 
*  για κάθε .
* Η f γνησίως μονότονη.

**Γ1.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα (μονάδες 4) και ότι η συνάρτηση h

είναι γνησίως αύξουσα (μονάδες 2).

μονάδες 6

**Γ2.** Να δείξετε ότι η g είναι «1 – 1».

μονάδες 9

**Γ3.** Αν η f είναι συνεχής στο , να δείξετε ότι .

μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται ο μιγαδικός z που ικανοποιεί τη  όπου w ρίζα της  με φανταστικό μέρος θετικό.

**Δ1.** Να δείξετε ότι  και ότι .

μονάδες 4

**Δ2.** Να δείξετε ότι  και να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων των

μιγαδικών z.

μονάδες 4

**Δ3. α.** Αν ισχύει , να δείξετε ότι η εικόνα του u ανήκει πάνω σε ευθεία με εξίσωση

.

μονάδες 4

**β.** Να βρεθεί ο μιγαδικός u που ελαχιστοποιεί την παράσταση  και η

αντίστοιχη τιμή του z.

μονάδες 4

**γ.** Να δείξετε ότι η εξίσωση  έχει μια τουλάχιστον λύση στο ,

όπου  και .

μονάδες 9