

**Επαναληπτικά Διαγωνίσματα
στην Άλγεβρα της Β' Λυκείου
από το Askisopolis
2023 - 2024**



**Αντώνης Βαλέργας
Στέλιος Μιχαήλογλου
Θανάσης Νικολόπουλος
Βαγγέλης Ραμαντάνης
Βαγγέλης Τόλης
Ισαάκ Χιονίδης**

**Αποστόλης Κακαβάς
Άγγελος Μπλιάς
Δημήτρης Πατσιμάς
Νίκος Σαμπάνης
Νίκος Τούντας**



Ασκησόπολις
ο πιο πλούσιος κόσμος
θεμάτων και ασκήσεων

Άλγεβρα Β

1ο Διαγώνισμα στις Συναρτήσεις

7-10-2023

Θέμα Α

- A1.** Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; 7 μονάδες
- A2.** Πότε μία συνάρτηση f λέμε ότι παρουσιάζει ελάχιστο στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της; 4 μονάδες
- A3.** Για δύο συναρτήσεις f, g με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , δίνεται η σχέση :
- $$f(x-1) - g(x+1) = 1$$
- Εφαρμόζοντας κατάλληλους μετασχηματισμούς, να αναφέρετε με ποιες μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της g θα προκύψει η γραφική παράσταση της f . 4 μονάδες
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Αν για μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A ισχύει ότι $f(-x) = f(x)$ για κάποιο $x \in A$ τότε η συνάρτηση είναι άρτια,
- β)** Υπάρχουν συναρτήσεις οι οποίες δεν παρουσιάζουν ελάχιστο ή μέγιστο.
- γ)** Η συνάρτηση $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^3$ είναι περιττή.
- δ)** Μία γνησίως μονότονη συνάρτηση διέρχεται από τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(2, 4)$, $\Gamma(3, -4)$.
- ε)** Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα τότε η $-f$ είναι γνησίως φθίνουσα. 10 μονάδες

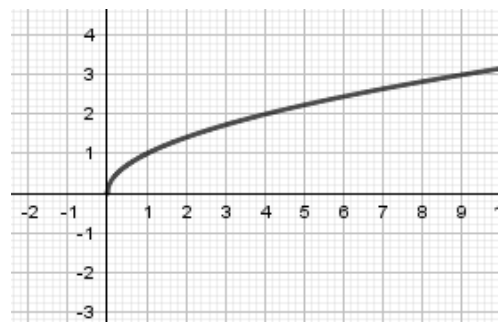
Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x-3} - \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(3, -2)$.

- B1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . 3 μονάδες
- B2.** Να δείξετε ότι $\alpha = 2$. 4 μονάδες
- B3.** Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία. 4 μονάδες
- B4.** Να βρείτε το ακρότατο της f και τη θέση του. 5 μονάδες
- B5.** Να βρείτε από ποιες μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\varphi(x) = \sqrt{x}$ προέρχεται η γραφική παράσταση της f . 4 μονάδες
- B6.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ .
Να σχεδιάσετε πρόχειρα την γραφική παράσταση της f και να βρείτε γραφικά πόσες λύσεις έχει η εξίσωση

$$f(x) = g(x) \text{ όπου } g(x) = \frac{3}{x}.$$

5 μονάδες



Θέμα Γ

Δίνεται συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $A = \mathbb{R}$ και τύπο $f(x) = ax^3 + \beta x$, $a, \beta \in \mathbb{R}$.

Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από τα σημεία $K(1,3)$ και $\Lambda(2,12)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $a=1$ και $\beta=2$.

4 μονάδες

Γ2. Να βρείτε τη μονοτονία της συνάρτησης f στο πεδίο ορισμού της.

5 μονάδες

Γ3. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

5 μονάδες

Γ4. Έστω g μία συνάρτηση με την ακόλουθη ιδιότητα:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης g προκύπτει από την γραφική παράσταση της συνάρτησης f με μετατόπιση κατά μία μονάδα προς τα δεξιά και δύο μονάδες προς τα πάνω.

Να αποδείξετε ότι $g(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.

5 μονάδες

Γ5. Να λύσετε την ανίσωση $f(x^3 + 2x - 1) < 12$.

6 μονάδες

Θέμα Δ

Έστω δύο συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση

$$g(x) = f^2(x) - 8f(x) + 18 \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $g(x) \geq 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

7 μονάδες

Δ2. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα με $f(5) = 4$ και $g(1) = 3$ τότε:

α) να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g παρουσιάζει ολικό ελάχιστο.

4 μονάδες

β) να βρείτε την τιμή $f(1)$.

7 μονάδες

γ) να αποδείξετε ότι $f(g(x)) > 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

7 μονάδες

Καλή τύχη!