

## ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ – ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

### ΟΡΙΣΜΟΙ

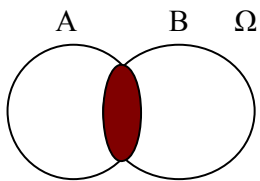
- 1) **Πείραμα τύχης** ονομάζουμε κάθε πείραμα για το οποίο **δεν μπορούμε να προβλέψουμε το αποτέλεσμα**, αν και επαναλαμβάνεται (φαινομενικά τουλάχιστον) κάτω από τις ίδιες συνθήκες.  
Π.χ. Ρίχνεται ένα ζάρι και καταγράφεται η ένδειξη, στρίβεται ένα νόμισμα και καταγράφεται η άνω όψη, γίνεται κλήρωση του ΛΟΤΤΟ και καταγράφονται οι 6 αριθμοί που κερδίζουν κτλ. Θα μας απασχολήσουν μόνο πειράματα τύχης.
- 2) **Δυνατά αποτελέσματα ή δυνατές περιπτώσεις** ενός πειράματος λέγονται όλα τα αποτελέσματα, που μπορούν να εμφανιστούν κατά την εκτέλεση του πειράματος.  
Π.χ. Στο «ρίξιμο» ενός ζαριού τα δυνατά αποτελέσματα είναι 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- 3) **Δειγματικός χώρος** ενός πειράματος λέγεται το σύνολο όλων των δυνατών περιπτώσεων του πειράματος και συνήθως συμβολίζεται με  $\Omega$ . Έτσι :  
- στο στρίψιμο ενός νομίσματος τα αποτελέσματα είναι «κεφαλή» Κ και «γράμματα» Γ, οπότε  $\Omega = \{Κ, Γ\}$ .  
- στο ρίξιμο ενός ζαριού είναι  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .
- 4) **Ενδεχόμενο ή γεγονός** ενός πειράματος λέγεται κάθε υποσύνολο του δειγματικού χώρου  $\Omega$ .
- 5) Ένα ενδεχόμενο λέγεται **απλό** όταν έχει μόνο ένα στοιχείο, π.χ. στη ρίψη ενός ζαριού το ενδεχόμενο  $A = \{4\}$  που περιέχει μόνο την ένδειξη 4 είναι απλό και λέγεται **σύνθετο** όταν έχει περισσότερα από ένα στοιχεία π.χ. στη ρίψη ενός ζαριού το ενδεχόμενο  $B = \{1, 2, 3\}$  είναι σύνθετο.
- 6) Λέμε ότι ένα **ενδεχόμενο πραγματοποιείται ή συμβαίνει**, όταν το αποτέλεσμα του πειράματος είναι ένα από τα στοιχεία του ενδεχομένου. Γι' αυτό τα στοιχεία του ενδεχομένου λέγονται και **ευνοϊκές περιπτώσεις**, για την πραγματοποίησή του.
- 7) Το ίδιο το  $\Omega$ , δηλαδή ο δειγματικός χώρος, λέγεται **βέβαιο ενδεχόμενο**, γιατί πραγματοποιείται σε κάθε εκτέλεση του πειράματος.
- 8) **Δεχόμαστε** ότι το κενό σύνολο,  $\emptyset$ , είναι και αυτό ένα ενδεχόμενο και το χαρακτηρίζουμε **αδύνατο ενδεχόμενο**. Αυτό φυσικά δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση του πειράματος.

### ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

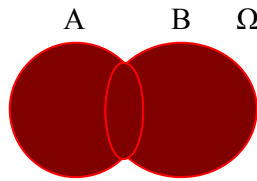
		<b>Συμβολισμός</b>	<b>Πραγματοποιείται</b>	<b><math>x \in \dots</math></b>	<b>Ποια στοιχεία παίρνουμε</b>
<b>Τομή</b>	<b>1</b>	A τομή B $A \cap B$ A και B	Όταν πραγματοποιούνται συγχρόνως και τα δύο ενδεχόμενα	$x \in A \cap B \Leftrightarrow$ ( $x \in A$ και $x \in B$ )	Τα κοινά

<b>Ένωση</b>	<b>2</b>	A ένωση B $A \cup B$ A ή B	Όταν πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα δύο ενδεχόμενα	$x \in A \cup B \Leftrightarrow (x \in A \text{ ή } x \in B)$	Κοινά και μη κοινά
<b>Συμπληρωματικό του A</b>	<b>3</b>	Όχι A A' αντίθετο του A	Όταν δεν πραγματοποιείται το A	$x \in A' \Leftrightarrow x \notin A$	Τα στοιχεία του $\Omega$ που δεν έχει το A
<b>Διαφορά του B από το A</b>	<b>4</b>	$A - B$ ή $A \cap B'$	Όταν πραγματοποιείται το A αλλά όχι B	$x \in (A - B) \Leftrightarrow (x \in A \text{ και } x \notin B)$	Τα στοιχεία A που δεν έχει το B
<b>Συμμετροδιφορά των A και B</b>	<b>5</b>	$(A - B) \cup (B - A)$ ή $(A \cap B') \cup (A' \cap B)$	Όταν πραγματοποιείται ΜΟΝΟ ένα από τα A και B	$x \in ((A - B) \cup (B - A)) \Leftrightarrow (x \in A \text{ και } x \notin B) \text{ ή } (x \in B \text{ και } x \notin A)$	Τα μη κοινά στοιχεία των A και B

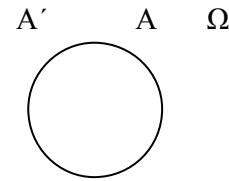
1.



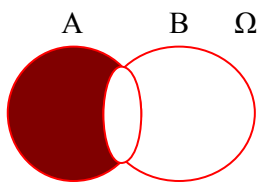
2.



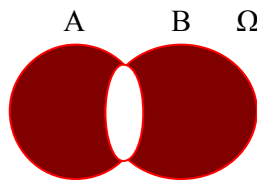
3.



4.



5.



ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ

Ένα ενδεχόμενο  $A$  και το συμπληρωματικό του, το  $A'$  λέγονται και **αντίθετα ενδεχόμενα**. Στα αντίθετα ενδεχόμενα η πραγματοποίηση του ενός αποκλείει την πραγματοποίηση του άλλου, αλλά και η μη πραγματοποίηση του ενός επιβάλλει την πραγματοποίηση του άλλου. Δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  λέγονται **ασυμβίβαστα** ή **ξένα** μεταξύ τους ή **αμοιβαίως αποκλειόμενα** όταν  $A \cap B = \emptyset$ .

Στα ασυμβίβαστα ενδεχόμενα η πραγματοποίηση του ενός αποκλείει την πραγματοποίηση του άλλου, αλλά η μη πραγματοποίηση του ενός **δεν** επιβάλλει την πραγματοποίηση του άλλου.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Από τους μαθητές μιας τάξης πρέπει να επιλεγεί τυχαία μια αντιπροσωπεία η οποία θα περιλαμβάνει οπωσδήποτε 3 κορίτσια ή 2 αγόρια. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος. Μετά από πόσες το πολύ επιλογές θα σχηματιστεί η αντιπροσωπεία.
- Ένας εκδοτικός οίκος εκδίδει βιβλία σε τρία μεγέθη: Μεγάλο (Μ), Κανονικό (Κ) και τσέπης (Τ). Τα βιβλία μεγέθους (Μ) εκδίδονται με χοντρό εξώφυλλο (Χ), τα βιβλία μεγέθους (Τ) εκδίδονται με λεπτό εξώφυλλο (Λ) και εκείνα με μέγεθος (Κ) εκδίδονται με λεπτό ή χοντρό εξώφυλλο. Για τα βιβλία με χοντρό εξώφυλλο υπάρχουν : Απλή έκδοση (Α) και πολυτελής (Π). Παίρνουμε στην τύχη ένα βιβλίο του εκδοτικού οίκου και σημειώνουμε με τη σειρά το μέγεθος, τον τύπο και την ποιότητα του εξώφυλλού του. Να γράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
- Τρία άτομα Α, Β, Γ τοποθετούνται τυχαία σε τρία συνεχόμενα καθίσματα.
  - Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης.
  - Να βρεθούν τα ενδεχόμενα:
    - Ο Α κάθεται δίπλα στον Β.
    - Ο Β να μην κάθεται δίπλα στον Γ.
- Ένα κουτί περιέχει 10 κόκκινες και 12 άσπρες σφαίρες. Βγάζουμε μία μία χωρίς επανατοποθέτηση. Σταματάμε όταν βγάλουμε 2 σφαίρες του ίδιου χρώματος στη σειρά ή 3 σφαίρες του ίδιου χρώματος.
  - Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης.
  - Πόσες το πολύ σφαίρες πρέπει να πάρουμε από κάθε χρώμα έτσι ώστε το πείραμα να έχει τον ίδιο δειγματικό χώρο;
- Ένας καθηγητής διορθώνει τα γραπτά 5 μαθητών και είναι γνωστό ότι οι τρεις έχουν αντιγράψει. Να βρείτε ποια είναι η πιθανότητα να βρει τους αντιγραφείς με τρεις μόνο δοκιμές.

6. Ένας μαθητής εξετάζεται προφορικά σε 4 ερωτήσεις που δίνονται διαδοχικά. Η εξέταση διακόπτεται όταν ο μαθητής απαντήσει λάθος στην πρώτη ερώτηση ή σε δυο διαδοχικές οπότε και απορρίπτεται.
- α) Να βρείτε τον δειγματικό χώρο του πειράματος.
- β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:  
 Α: ο μαθητής απορρίφθηκε.  
 Β: ο μαθητής απάντησε σωστά στη δεύτερη ερώτηση.  
 Γ: ο μαθητής απάντησε λάθος στην τελευταία ερώτηση και απορρίφθηκε.
7. Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές. Να βρείτε τα ενδεχόμενα:  
 Α: Το άθροισμα των ενδείξεων είναι 8.  
 Β: Το άθροισμα των ενδείξεων είναι τουλάχιστον 8.  
 Γ: Το άθροισμα των ενδείξεων διαιρεί το 36.  
 Στη συνέχεια να βρείτε τα ενδεχόμενα  $A \cap B$ ,  $B - A$ ,  $B \cap \Gamma$ ,  $(A \cap B) \cap \Gamma$ .
8. Μια ομάδα ποδοσφαίρου, προκειμένου να κάνει μεταγραφές, δοκιμάζει παίκτες. Οι δοκιμές σταματάνε όταν βρεθούν δύο παίκτες κατάλληλοι ή γίνουν συνολικά τέσσερις δοκιμές.
- α) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα:  
 i)  $E_1$ : ακριβώς ένας κατάλληλος παίκτης.  
 ii)  $E_2$ : ένας το πολύ κατάλληλος παίκτης.  
 iii)  $E_3$ : δύο ακριβώς κατάλληλοι παίκτες.  
 iv)  $E_4$ : δύο το πολύ κατάλληλοι παίκτες.  
 v)  $E_5$ : δύο τουλάχιστον κατάλληλοι παίκτες.
- β) Να αποδείξετε ότι :  $E_3 = E_4 \cap E_5$  και  $E_4 = E_2 \cup E_3$ .
9. Ρίχνουμε ένα κέρμα 4 φορές.
- α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος τύχης.
- β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:  
 $E_1$ : «το κέρμα έφερε περισσότερες φορές “κορώνα” απ’ ότι “γράμματα”».  
 $E_2$ : «το κέρμα έφερε τις μισές φορές “γράμματα”».  
 $E_3$ : «οι φορές που το κέρμα έφερε “κορώνα” είναι τριπλάσιες από τις φορές που έφερε “γράμματα”».
- γ) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:  
 $E_1 \cup E_3$ ,  $E_1 \cap E_3$ ,  $E_3 \cap E_2'$
- δ) Να βρείτε δύο ενδεχόμενα από τα  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  τέτοια ώστε το ένα να είναι υποσύνολο του άλλου.

Τόλης Ευάγγελος