

Κατακόρυφη & Οριζόντια μετατόπιση καμπύλων

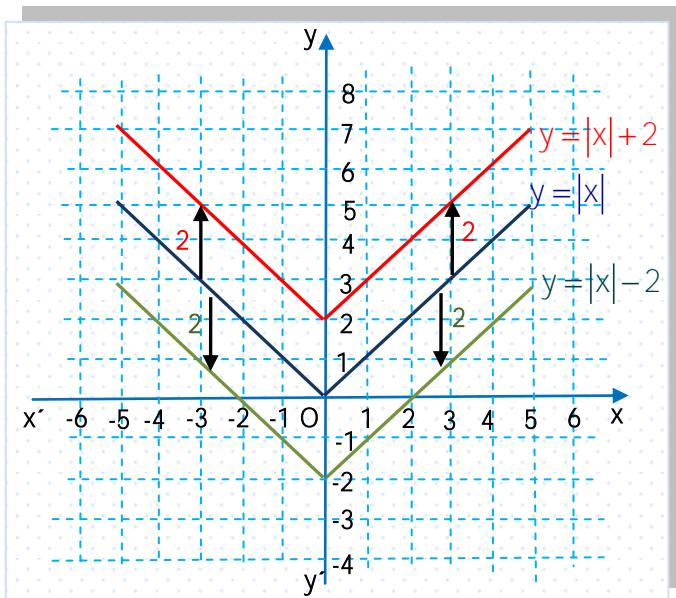
Κατακόρυφη μετατόπιση καμπύλων

Στο ίδιο σύστημα αξόνων κατασκευάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των

$$συναρτήσεων f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}, g(x) = |x| + 2 = \begin{cases} x + 2, & x \geq 0 \\ -x + 2, & x < 0 \end{cases} \text{ και}$$

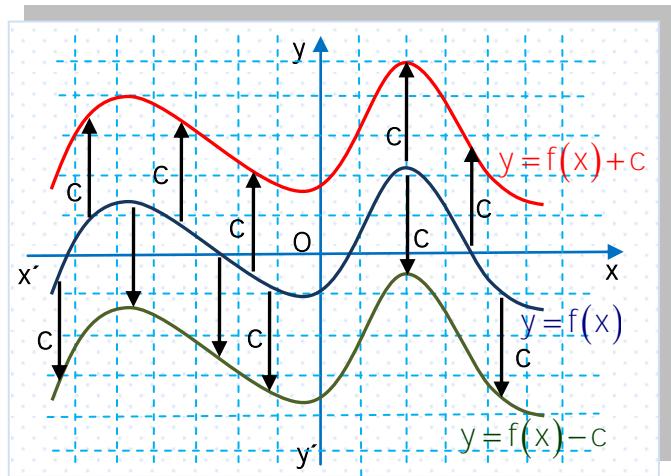
$$h(x) = |x| - 2 = \begin{cases} x - 2, & x \geq 0 \\ -x - 2, & x < 0 \end{cases}.$$

Παρατηρούμε ότι $g(x) = f(x) + 2$ και $h(x) = f(x) - 2$.



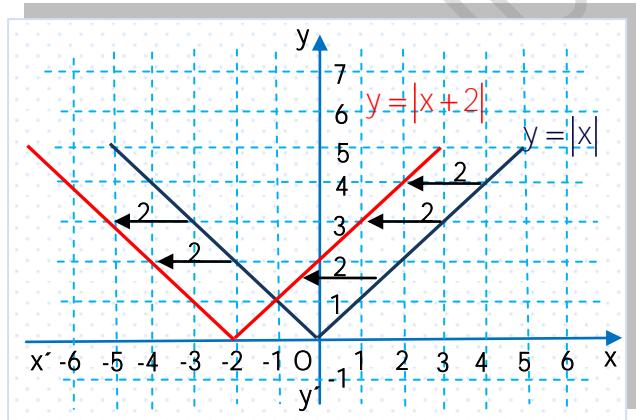
Παρατηρούμε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ οι τιμές της $g(x)$ είναι κατά 2 μονάδες μεγαλύτερες από τις τιμές της $f(x)$ και η γραφική παράσταση της $g(x)$ είναι μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της $f(x)$ κατά 2 μονάδες προς τα πάνω. Κάτι ανάλογο παρατηρούμε και για τις συναρτήσεις f και h . Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ οι τιμές της $h(x)$ είναι κατά 2 μονάδες μικρότερες από τις τιμές της $f(x)$ και η γραφική παράσταση της $h(x)$ είναι μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της $f(x)$ κατά 2 μονάδες προς τα κάτω. Οπότε γενικά:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x) + c$, $c > 0$ προκύπτει από κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά c μονάδες προς τα πάνω και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(x) = f(x) - c$, $c > 0$ προκύπτει από κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά c μονάδες προς τα κάτω.



Οριζόντια μετατόπιση καμπύλων

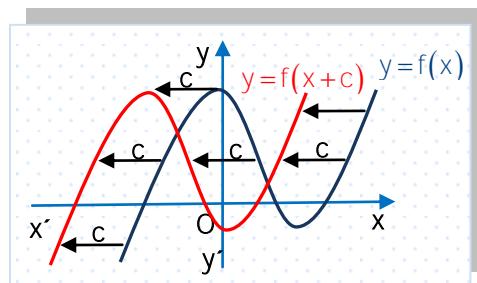
Στο ίδιο σύστημα αξόνων κατασκευάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ και $g(x) = |x+2| = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \\ -x-2, & x < -2 \end{cases}$.



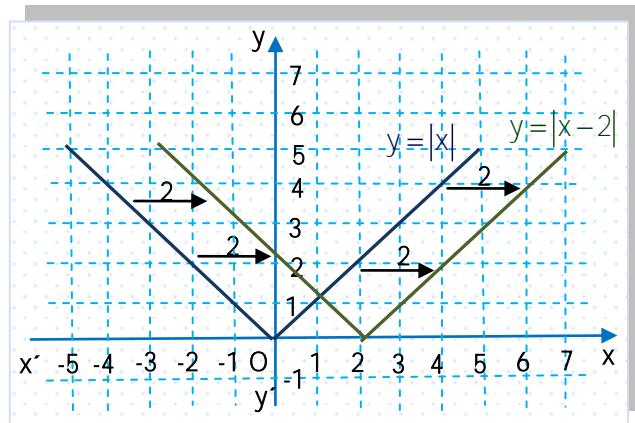
Είναι $g(x) = f(x+2)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, δηλαδή η τιμή της g στο x είναι ίδια με τη τιμή της f στο $x+2$. Στο σχήμα παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της g προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά 2 μονάδες προς τα αριστερά.

Γενικά:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x+c)$, $c > 0$, προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f κατά c μονάδες προς τα αριστερά.



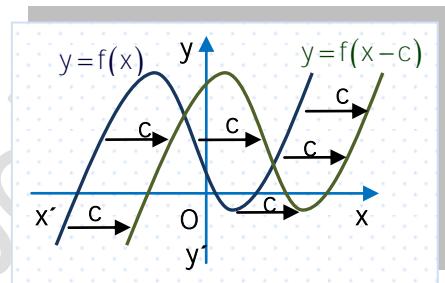
Στο ίδιο σύστημα αξόνων κατασκευάζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ και $h(x) = |x-2| = \begin{cases} x-2, & x \geq 2 \\ -x+2, & x < 2 \end{cases}$.



Είναι $h(x) = f(x - c)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, δηλαδή η τιμή της h στο x είναι ίδια με τη τιμή της f στο $x - c$. Στο σχήμα παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της h προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά c μονάδες προς τα δεξιά.

Γενικά:

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(x) = f(x - c)$, $c > 0$, προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f κατά c μονάδες προς τα δεξιά.



Σημείωση: Για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x \pm c_1) \pm c_2$,

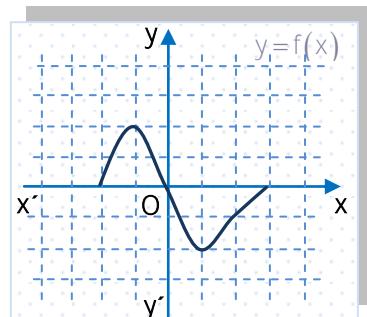
χρησιμοποιούμε τόσο την οριζόντια όσο και την κατακόρυφη μετατόπιση.

Λυμένες ασκήσεις

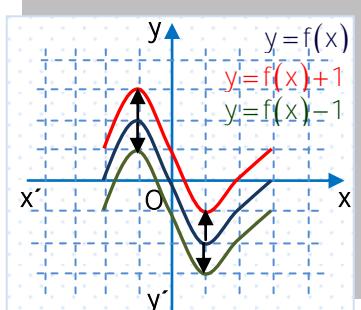
1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

- $g(x) = f(x) + 1$ και $h(x) = f(x) - 1$
- $g(x) = f(x - 2)$ και $h(x) = f(x + 2)$
- $g(x) = f(x - 2) + 1$ και $h(x) = f(x + 2) - 1$

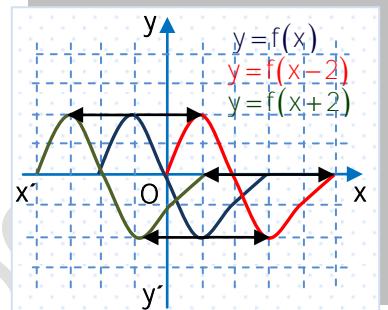
Λύσην



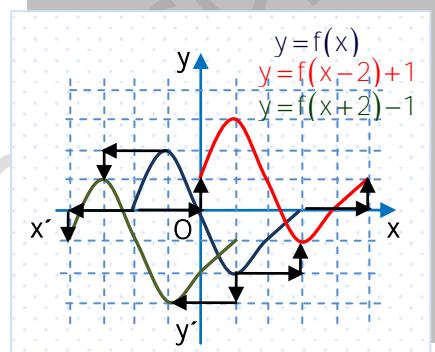
i.



ii.

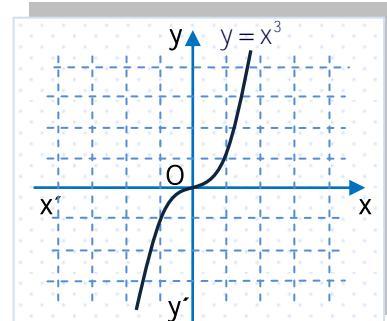


iii.



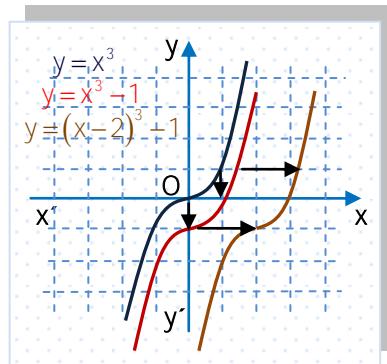
2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3$. Να κατασκευάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = x^3 - 1$ και $h(x) = (x - 2)^3 - 1$.

Λύσην



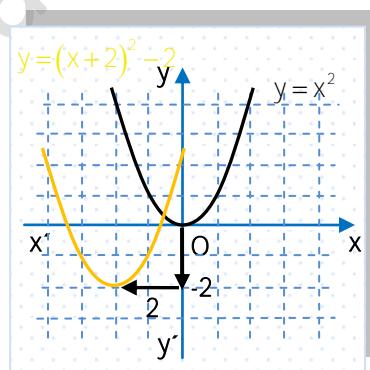
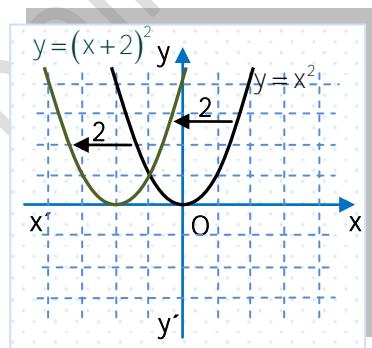
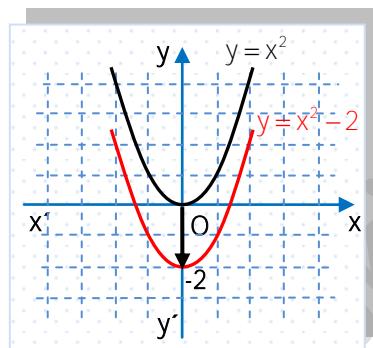
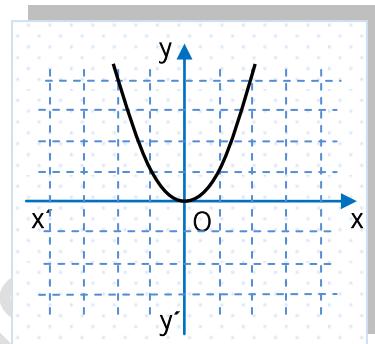
Είναι $g(x) = f(x) - 1$ και $h(x) = f(x - 2) - 1 = g(x - 2)$.

Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από κατακόρυφη μετατόπιση της f κατά 1 μονάδα προς τα κάτω και η γραφική παράσταση της h προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της g κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά.



3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2$. Να κατασκευάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = x^2 - 2$, $h(x) = (x+2)^2$, $t(x) = (x+2)^2 - 2$.

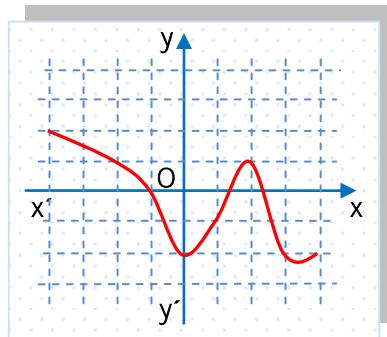
Λύσην



ΕΞΑΣΚΗΣΗ

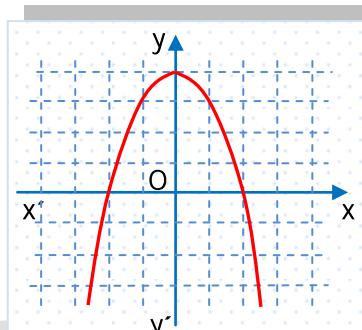
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

- $g(x) = f(x) + 2$ και $h(x) = f(x) - 1$
- $g(x) = f(x - 2)$ και $h(x) = f(x + 1)$
- $g(x) = f(x - 2) - 1$ και $h(x) = f(x + 1) - 1$



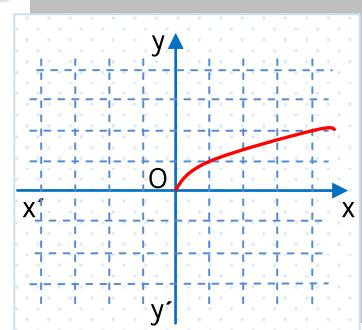
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση $f(x) = 4 - x^2$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

- $g_1(x) = 2 - x^2$, $g_2(x) = -x^2$ και $g_3(x) = -1 - x^2$
- $h_1(x) = 4 - (x+2)^2$ και $h_2(x) = 4 - (x-2)^2$
- $\phi_1(x) = -(x+2)^2$ και $\phi_2(x) = 2 - (x+2)^2$

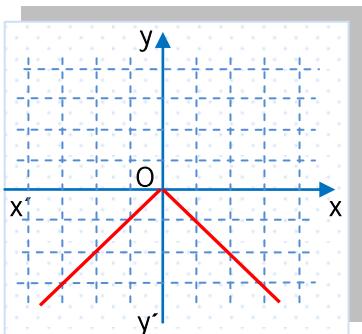


6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση $f(x) = \sqrt{x}$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

- $g_1(x) = \sqrt{x} + 3$, $g_2(x) = \sqrt{x} - 1$
- $h_1(x) = \sqrt{x-2}$ και $h_2(x) = \sqrt{x+4}$
- $\phi_1(x) = \sqrt{x-2} - 1$ και $\phi_2(x) = \sqrt{x+4} + 3$



7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση $f(x) = -|x|$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = 3 - |x|$, $h(x) = -|x+2|$ και $\phi(x) = 3 - |x+2|$.



8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της f :
- κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 3 μονάδα προς τα πάνω.
 - κατά 1 μονάδα προς τα δεξιά και κατά 2 μονάδες προς τα κάτω.
 - κατά 2 μονάδες προς τα αριστερά και κατά 2 μονάδες προς τα πάνω.
 - κατά 3 μονάδες προς τα αριστερά και κατά 2 μονάδες προς τα κάτω.

Σ.Μιχαήλογλου-Ε.Τόλης