14ο Λύκειο Περιστερίου

Κριτήριο αξιολόγησης στη Γεωμετρία της Α΄ Λυκείου

ημ/νια:

Ονομ/νυμο..   Τμήμα: **Α** $_1$

ΘΕΜΑ Α

Να αποδείξετε ότι ο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\mathrm{A} = 90^\circ\right)$ με $\Gamma = 30^\circ$ και το ύψος του ΑΔ.

α) Αν Ε, Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ, να αποδείξετε ότι $\mathrm{E\Delta Z} = \mathrm{A} = 90^\circ$.

β) Αν Μ είναι το μέσο της ΕΖ, να αποδείξετε ότι $\Delta\mathrm{M} = \dfrac{\mathrm{B\Gamma}}{4}$.

γ) Να δείξετε ότι $2\mathrm{A\Delta} = \mathrm{A\Gamma}$ και $2\Delta\mathrm{B} = \mathrm{AB}$.

ΘΕΜΑ Γ

Σε τρίγωνο ΑΒΓ, Δ είναι το μέσο της διαμέσου ΑΜ.Αν η ΒΔ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο Ε, να αποδείξετε ότι $ΕΓ = 2ΑΕ$.

Κριτήριο αξιολόγησης στη Γεωμετρία της Α΄ Λυκείου

ημ/νια:

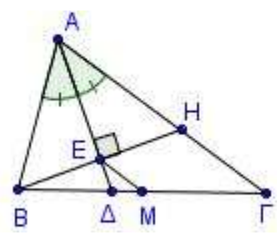
Ονομ/νυμο.. Τμήμα: **Α** $_3$

ΘΕΜΑ Α

Να αποδείξετε ότι η διάμεσος οθρογώνιου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ $(\text{ΑΒ} < \text{ΑΓ})$ και η διχοτόμος του ΑΔ. Φέρουμε από το Β κάθετη στην ΑΔ που τέμνει την ΑΔ στο Ε και την πλευρά ΑΓ στο Η. Αν Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ, να αποδείξετε ότι:



α) Το τρίγωνο ΑΒΗ είναι ισοσκελές.

β) $\text{ΕΜ} \parallel \text{ΗΓ}$

γ) $\text{ΕΜ} = \dfrac{\text{ΑΓ} - \text{ΑΒ}}{2}$

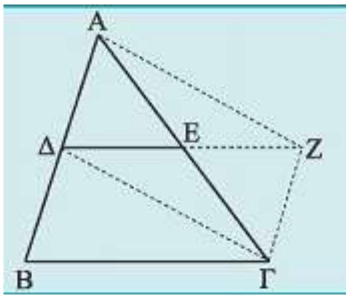
ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ και Ε, Ζ τα μέσα των ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα. Αν Η, Κ οι προβολές των κορυφών Α και Γ στη διαγώνιο ΒΔ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $\mathrm{EH} \perp \mathrm{KZ}$.

Λύσεις

Τμήμα: **Α** $_1$

ΘΕΜΑ Α

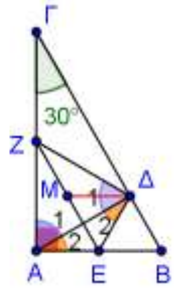


Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τα μέσα Δ, Ε των ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα.

Θα αποδείξουμε ότι $ΔΕ // = \frac{ΒΓ}{2}$.

Προεκτείνουμε τη ΔΕ κατά τμήμα ΕΖ = ΔΕ. Το τετράπλευρο ΑΔΓΖ είναι παραλληλόγραμμο, αφού οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.
Άρα ΑΔ= // ΓΖ, οπότε ΔΒ = // ΓΖ, αφού ΑΔ = ΔΒ. Έτσι το τετράπλευρο ΔΖΓΒ είναι παραλληλόγραμμο, οπότε:
(i) ΔΖ // ΒΓ άρα ΔΕ // ΒΓ και
(ii) ΔΖ // ΒΓ ή 2ΔΕ = ΒΓ ή $ΔΕ = \frac{ΒΓ}{2}$.

ΘΕΜΑ Β



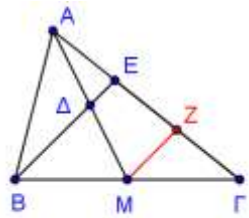
α) Η ΔΖ είναι διάμεσος στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, άρα $ΔΖ = ΖΑ = \frac{ΑΓ}{2}$, οπότε το τρίγωνο ΑΖΔ ελίναι ισοσκελές και $Α_1 = Δ_1$.
Η ΔΕ είναι διάμεσος στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, άρα $ΔΕ = ΕΑ = \frac{ΑΒ}{2}$, οπότε το τρίγωνο ΑΕΔ ελίναι ισοσκελές και $Α_2 = Δ_2$.
Είναι $ΕΔΖ = Δ_1 + Δ_2 = Α_1 + Α_2 = Α = 90°$

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΕΔΖ η ΔΜ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, άρα $ΔΜ = \frac{ΕΖ}{2}$. Όμως η ΕΖ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, άρα $ΕΖ = \frac{ΒΓ}{2}$ και $ΔΜ = \frac{\frac{ΒΓ}{2}}{2} = \frac{ΒΓ}{4}$.

γ) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $Γ = 30^\circ$, άρα $ΑΔ = \frac{ΑΓ}{2} \Leftrightarrow ΑΓ = 2ΑΔ$

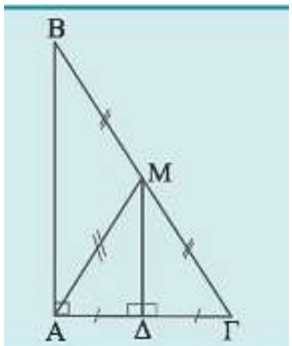
Είναι $Α_2 = Γ = 30^\circ$ γιατί είναι οξείες γωνίες με πλευρές κάθετες, οπότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ είναι $ΔΒ = \frac{ΑΒ}{2} \Leftrightarrow ΑΒ = 2ΔΒ$.

ΘΕΜΑ Γ



Εστω Ζ το μέσο του ΕΓ.Στο τρίγωνο ΒΕΓ τα Μ.Ζ είναι μέσα δύο πλευρών, άρα ΜΖ//ΒΕ.
Στο τρίγωνο ΑΜΖ το Δ είναι μέσο της ΑΜ και ΔΕ//ΜΖ, άρα το Ε είναι μέσο του ΑΖ, δηλαδή ΑΕ = ΕΖ. Όμως ΕΖ= ΖΓ, , άρα $ΕΓ = 2ΑΕ$.

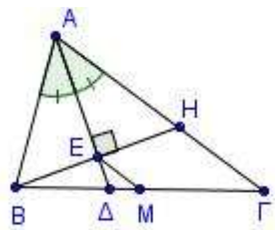
ΘΕΜΑ Α



Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\mathrm{A}=90^\circ\right)$ και τη διάμεσό του ΑΜ. Θα αποδείξουμε ότι $\mathrm{AM} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{2}$.

Φέρουμε τη διάμεσο ΜΔ του τριγώνου ΑΜΓ. Το ΜΔ συνδέει τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, οπότε ΜΔ // ΑΒ.
Αλλά $\mathrm{AB} \perp \mathrm{A\Gamma}$, επομένως και $\mathrm{M\Delta} \perp \mathrm{A\Gamma}$. Άρα, το ΜΔ είναι ύψος και διάμεσος στο τρίγωνο ΑΜΓ, οπότε ΑΜ = ΜΓ, δηλαδή $\mathrm{AM} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{2}$.

ΘΕΜΑ Β



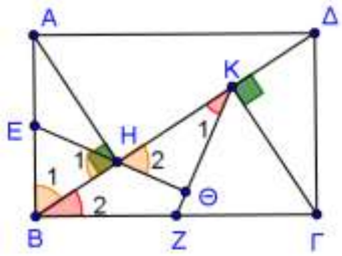
α) Στο τρίγωνο ΑΒΗ το ΑΕ είναι ύψος και διχοτόμος, το τρίγωνο είναι ισοσκελές και το ΑΕ είναι και διάμεσος του τριγώνου.

β) Στο τρίγωνο ΒΗΓ τα Ε,Μ είναι μέσα δύο πλευρών, άρα $\mathrm{EM} \parallel \mathrm{H\Gamma}$ και $\mathrm{EM} = \frac{\mathrm{H\Gamma}}{2}$.

γ) Επειδή το τρίγωνο ΑΒΗ είναι ισοσκελές, ισχύει ότι $\mathrm{AB} = \mathrm{AH}$.

Είναι $\mathrm{EM} = \frac{\mathrm{H\Gamma}}{2} = \frac{\mathrm{A\Gamma} - \mathrm{AH}}{2} = \frac{\mathrm{A\Gamma} - \mathrm{AB}}{2}$

ΘΕΜΑ Γ



Εστω ότι η ΕΗ τέμνει την ΚΖ στο Θ.
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΗΒ η ΗΕ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα $\mathrm{EH} = \mathrm{EB} = \frac{\mathrm{AB}}{2}$, οπότε το τρίγωνο ΗΕΒ είναι ισοσκελές και $\mathrm{H}_1 = \mathrm{B}_1$. Όμως $\mathrm{H}_1 = \mathrm{H}_2$ ως κατακορυφήν, άρα και $\mathrm{H}_2 = \mathrm{B}_1$ (1)
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΚΓ η ΚΖ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα $\mathrm{KZ} = \mathrm{ZB} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{2}$, οπότε το τρίγωνο ΚΖΒ είναι ισοσκελές και $\mathrm{K}_1 = \mathrm{B}_2$.
Στο τρίγωνο ΗΘΚ είναι: $\mathrm{H}_2 + \mathrm{K}_1 = \mathrm{B}_1 + \mathrm{B}_2 = \mathrm{B} = 90^\circ$, οπότε θα είναι και $\Theta = 90^\circ$, δηλαδή $\mathrm{EH} \perp \mathrm{KZ}$

Στέλιος Μιχαήλογλου