Πολυώνυμα

1. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^5+3x^4-5x^3+\alpha x^2+\beta x+12$, το οποίο έχει παράγοντα το πολυώνυμο $Q(x)=x^3-2x^2-x+2$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha=-15$ και $\beta=4$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $\sqrt{\dfrac{P(x)}{Q(x)}}<x+4$.

δ) Να αποδείξετε ότι $P(8)P(18)P(28)\neq 0$.

Λύση

α) Επειδή το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $Q(x)$ θα έχει παράγοντες, όλους τους παράγοντες του $Q(x)$. Είναι $Q(x)=x^3-2x^2-x+2=x^2(x-2)-(x-2)=(x-2)(x^2-1)=(x-2)(x-1)(x+1)$

Οι παράγοντες του $Q(x)$ είναι τα $x-1,\ x+1,\ x-2$, οπότε είναι και παράγοντες του $P(x)$, άρα:

$$\begin{cases}P(1)=0\\P(-1)=0\\P(2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+3-5+\alpha+\beta+12=0\\-1+3+5+\alpha-\beta+12=0\\32+48-40+4\alpha+2\beta+12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=-11\\\alpha=\beta-19\\4\alpha+2\beta=-52\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\beta-19+\beta=-11\\\alpha=\beta-19\\6\beta-76=-52\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}2\beta=19-11\\\alpha=\beta-19\\6\beta=76-52\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\beta=8\\\alpha=\beta-19\\6\beta=24\end{cases}\begin{cases}\beta=4\\\alpha=4-19=-15\\\beta=4\end{cases}$$

β) Για $\alpha=-15$ και $\beta=4$ είναι

1	3	-5	-15	4	12	$\rho=1$
	1	4	-1	-16	-12	
1	4	-1	-16	-12	0	

1	4	-1	-16	-12	$\rho=-1$
	-1	-3	4	12	
1	3	-4	-12	0	

$P(x)=x^5+3x^4-5x^3-15x^2+4x+12\Leftrightarrow$

$P(x)=(x-1)(x^4+4x^3-x^2-16x-12)\Leftrightarrow$

$P(x)=(x-1)(x+1)(x^3+3x^2-4x-12)\Leftrightarrow$

$P(x)=(x-1)(x+1)[x^2(x+3)-4(x+3)]\Leftrightarrow$

$P(x)=(x-1)(x+1)(x+3)(x^2-4)\Leftrightarrow$

$P(x)=(x-1)(x+1)(x+3)(x-2)(x+2)$

Είναι

$P(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x+1)(x+3)(x-2)(x+2)=0\Leftrightarrow x=1$ ή $x=-1$ ή $x=-3$ ή $x=2$ ή $x=-2$

γ) $\sqrt{\dfrac{P(x)}{Q(x)}}<x+4\Leftrightarrow\sqrt{\dfrac{(x-1)(x+1)(x+3)(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)(x-2)}}<x+4$ (1).

Αρχικά πρέπει $Q(x)\neq0\Leftrightarrow x\neq\pm1$ και $x\neq2$. Η (1) γίνεται:

$$\sqrt{\frac{\cancel{(x-1)}\,\cancel{(x+1)}\,(x+3)\,\cancel{(x-2)}\,(x+2)}{\cancel{(x-1)}\,\cancel{(x+1)}\,\cancel{(x-2)}}}<x+4\Leftrightarrow\sqrt{(x+3)(x+2)}<x+4\ \ (2)$$

Πρέπει $(x+3)(x+2)\geq0\Leftrightarrow x\leq-3$ ή $x\geq-2$ και λόγω των προηγούμενων περιορισμών, είναι $x\in(-\infty,-3]\cup[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$

Αν $x+4<0\Leftrightarrow x<-4$, τότε η (2) είναι αδύνατη.

Αν $x+4\geq0\Leftrightarrow x\geq-4$ και λόγω του περιορισμού $x\in[-4,-3]\cup[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$ και η (2) γίνεται:

$\left(\sqrt{(x+3)(x+2)}\right)^2 < (x+4)^2 \Leftrightarrow \cancel{x^2} + 3x + 2x + 6 < \cancel{x^2} + 8x + 16 \Leftrightarrow 6 - 16 < 8x - 2x - 3x \Leftrightarrow$

$3x > -10 \Leftrightarrow x > -\dfrac{10}{3}$ και συναληθεύοντας με τους περιορισμούς, τελικά

$x \in \left(-\dfrac{10}{3}, -3\right] \cup [-2,-1) \cup (-1,1) \cup (1,2) \cup (2,+\infty)$.

δ) Επειδή οι αριθμοί 8, 18, 28 δεν είναι ρίζες του $P(x)$, είναι

$P(8) \neq 0,\ P(18) \neq 0,\ P(28) \neq 0$, οπότε και $P(8)P(18)P(28) \neq 0$

2ος τρόπος

Επειδή το πολυώνυμο είναι 5ου βαθμού έχει το πολύ 5 ρίζες τις $-3,-2,-1,1,2$ όπως βρήκαμε προηγουμένως οπότε $P(8)P(18)P(28) \neq 0$ αφού $P(8) \neq 0,\ P(18) \neq 0,\ P(28) \neq 0$.

2. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 2$ το οποίο έχει παράγοντα το $x^2 - 2x + 1$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha = -3$ και $\beta = -1$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

γ) Έστω ότι τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x) = x^3 - x^2 + \gamma x + 2$ διαιρούμενα με το $x - 2$ δίνουν το ίδιο υπόλοιπο. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $x - 1$.

δ) Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $\Pi = P(-1821)P(0,41)P(-1,18)P(7)$.

Λύση

α) Είναι $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$.

Αρχικά πρέπει το $x-1$ να είναι παράγοντας του $P(x)$, άρα

$P(1) = 0 \Leftrightarrow 1 + 1 + \alpha + \beta + 2 = 0 \Leftrightarrow \alpha + \beta + 4 = 0$ (1)

Από τη διαίρεση του $P(x)$ με το $x-1$, προκύπτει ότι:

1	1	α	β	2	ρ=1
	1	2	α+2	α+β+2	
1	2	α+2	α+β+2	α+β+4	

$P(x) = (x-1)\left(x^3 + 2x^2 + (\alpha+2)x + \alpha + \beta + 2\right)$

Έστω $\pi(x) = x^3 + 2x^2 + (\alpha+2)x + \alpha + \beta + 2$

Το $(x-1)^2$ είναι παράγοντας του $P(x)$ όταν το $x-1$ είναι παράγοντας του $\pi(x)$, άρα $\pi(1) = 0 \Leftrightarrow$

$1 + 2 + \alpha + 2 + \alpha + \beta + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\alpha + \beta + 7 = 0 \Leftrightarrow \beta = -2\alpha - 7$ και από την (1) έχουμε:

$\alpha - 2\alpha - 7 + 4 = 0 \Leftrightarrow -\alpha - 3 = 0 \Leftrightarrow \alpha = -3$ και $\beta = -2(-3) - 7 = -1$.

β) Για $\alpha = -3$ και $\beta = -1$ είναι $P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x-1)\left(x^3 + 2x^2 - x - 2\right) \Leftrightarrow$

$P(x) = (x-1)\left[x^2(x+2) - (x+2)\right] = (x-1)(x+2)\left(x^2 - 1\right) = (x-1)(x+2)(x-1)(x+1) \Leftrightarrow$

$P(x) = (x-1)^2(x+1)(x+2)$

$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = -1$ ή $x = -2$

γ) Το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-2)$ είναι το $P(2)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης $Q(x):(x-2)$ είναι το $Q(2)$. Επειδή οι δύο διαιρέσεις έχουν το ίδιο υπόλοιπο, ισχύει ότι:

$Q(2) = P(2) \Leftrightarrow \cancel{8} - 4 + 2\gamma + \cancel{2} = 16 + \cancel{8} - 12 - 2 + \cancel{2} \Leftrightarrow 2\gamma = 6 \Leftrightarrow \gamma = 3$

Για $\gamma = 3$: $Q(x) = x^3 - x^2 + 3x + 2$.

Το υπόλοιπο της διαίρεσης $Q(x):(x-1)$ είναι το $Q(1)=\cancel{1}-\cancel{1}+3+2=5$

δ) Αρχικά θα βρούμε το πρόσημο του $P(x)$.

Επειδή $P(x)>0$ για κάθε $x\in(-\infty,-2)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$, είναι $P(-1821)>0,\quad P(0,41)>0$, $P(7)>0$.

Επειδή $P(x)<0$ για κάθε $x\in(-2,-1)$ είναι $P(-1,18)<0$.

x	$-\infty$	-2		-1		1	$+\infty$
$(x-1)^2$	+		+		+	0	+
$x+1$	−		−	0	+		+
$x+2$	−	0	+		+		+
$P(x)$	+	0	−	0	+	0	+

Με βάση τα ανωτέρω, είναι $A=P(-1821)P(0,41)P(-1,18)P(7)<0$.

3. Δίνεται πολυώνυμο $P(x)$ το οποίο διαιρούμενο με το $x-2$ δίνει υπόλοιπο 1 και διαιρούμενο με το $x+2$ δίνει υπόλοιπο -3.

α) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το x^2-4.

β) Αν $\upsilon(x)$ το υπόλοιπο της προηγούμενης διαίρεσης, να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{\upsilon(x)}=x-3$.

γ) Έστω ότι το πηλίκο $\pi(x)$ της διαίρεσης $P(x):(x^2-4)$ είναι το x^2+4x+3.

i. Να βρείτε το $P(x)$.

ii. Να λύσετε την ανίσωση $P(x)\ge x-1$.

Λύση

α) Επειδή το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το $x-2$ δίνει υπόλοιπο 1, είναι $P(2)=1$.

Επειδή το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το $x+2$ δίνει υπόλοιπο -3 ισχύει ότι $P(-2)=-3$

Επειδή ο διαιρέτης της διαίρεσης $P(x):(x^2-4)$ είναι 2ου βαθμού, το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ θα είναι το πολύ 1ου βαθμού. Έστω $\upsilon(x)=\alpha x+\beta$. Από την ταυτότητα της διαίρεσης ισχύει ότι:

$P(x)=(x^2-4)\pi(x)+\alpha x+\beta$, όπου $\pi(x)$ το πηλίκο της διαίρεσης.

Για $x=2$ είναι $P(2)=(2^2-4)\pi(2)+2\alpha+\beta\Leftrightarrow 2\alpha+\beta=1\Leftrightarrow\beta=1-2\alpha$ (1) και για $x=-2$ είναι

$$P(-2)=((-2)^2-4)\pi(-2)-2\alpha+\beta\Leftrightarrow-2\alpha+\beta=-3\overset{(1)}{\Leftrightarrow}-2\alpha+1-2\alpha=-3\Leftrightarrow4\alpha=-4\Leftrightarrow\alpha=1$$

$(1)\Rightarrow\beta=1-2=-1$, άρα $\upsilon(x)=x-1$.

β) $\sqrt{\upsilon(x)}=x-3\Leftrightarrow\sqrt{x-1}=x-3$ (1)

Η (1) έχει νόημα όταν $x-1\ge0\Leftrightarrow x\ge1$ και $x-3\ge0\Leftrightarrow x\ge3$. Με συναλήθευση $x\ge3$.

Η (1) γίνεται: $(\sqrt{x-1})^2=(x-3)^2\Leftrightarrow x-1=x^2-6x+9\Leftrightarrow x^2-7x+10=0\Leftrightarrow x=2$ απορρίπτεται ή $x=5$ δεκτή.

γ) i. $P(x)=(x^2-4)(x^2+4x+3)+x-1=x^4+4x^3+3x^2-4x^2-16x-12+x-1=$

$x^4+4x^3-x^2-15x-13$

ii. $P(x)\ge x-1\Leftrightarrow(x^2-4)(x^2+4x+3)+\cancel{x}-\cancel{1}-\cancel{x}+\cancel{1}\ge0\Leftrightarrow(x^2-4)(x^2+4x+3)\ge0$

$x^2-4=0\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm2$ και

x	$-\infty$	-3		-2		-1		2	$+\infty$
x^2-4	+		+	0	−		−	0	+
x^2+4x+3	+	0	−		−	0	+		+
Γινόμενο	+	0	−	0	+	0	−	0	+

$x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow x=-1$ ή $x=-3$

Με βάση τον διπλανό πίνακα προσήμων έχουμε:

$\left(x^2-4\right)\left(x^2+4x+3\right)\geq 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,-3]\cup[-2,-1]\cup[2,+\infty)$

4. Έστω ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)=x^5+\alpha x^3+\beta$ με το x είναι -2 και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με το $x+1$ είναι -4.

α) Να δείξετε ότι $\alpha=1$ και $\beta=-2$.

β) Να δείξετε ότι $P(241)\neq 0$.

γ) Δίνεται το πολυώνυμο $Q(x)=P(P(x))+4$.

i. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $x-1$.

ii. Να βρείτε το βαθμό του $Q(x)$.

iii. Να λύσετε την ανίσωση $Q(x^2)-Q(100)<0$.

Λύση

α) Επειδή το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το x είναι -2, ισχύει ότι $P(0)=-2 \Leftrightarrow \beta=-2$.

Επειδή το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x+1$ είναι -4, ισχύει ότι $P(-1)=-4 \Leftrightarrow -1-\alpha-2=-4 \Leftrightarrow \alpha=1$.

β) Επειδή το πολυώνυμο έχει σταθερό όρο το -2 του οποίου οι διαιρέτες είναι το $\pm1,\ \pm2$, οι πιθανές ακέραιες ρίζες του $P(x)$ θα είναι το ±1 και το ±2 οπότε το 241 δεν είναι ρίζα του πολυωνύμου και $P(241)\neq 0$.

γ) i. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $x-1$ είναι το

$$Q(1)=P(P(1))+4\overset{P(1)=0}{=}P(0)+4=-2+4=2$$

ii. Είναι $Q(x)=P(P(x))+4=P^5(x)+P(x)-2-4=\left(x^5+x-2\right)^5+x^5+x-2-6\Leftrightarrow$

$Q(x)=\left(x^5+x-2\right)^5+x^5+x-8$

Η παράσταση $\left(x^5+x-2\right)^5$ έχει μεγιστοβάθμιο όρο το $\left(x^5\right)^5=x^{25}$ και επειδή το υπόλοιπο μέρος του πολυωνύμου $Q(x)$ είναι 5ου βαθμού, το $Q(x)$ είναι 25ου βαθμού.

iii. $Q\left(x^2\right)-Q(100)<0\Leftrightarrow Q\left(x^2\right)<Q(100)\Leftrightarrow P\left(P\left(x^2\right)\right)+\cancel{4}<P(P(100))+\cancel{4}\Leftrightarrow$

$P\left(P\left(x^2\right)\right)<P(P(100))$ (1)

Έστω $x_1,x_2\in\mathbb{R}$ με $x_1<x_2$. Είναι $x_1^5<x_2^5$ (2) και $x_1-2<x_2-2$ (3).

Με πρόσθεση κατά μέλη των (2), (3) έχουμε: $x_1^5+x_1-2<x_2^5+x_2-2\Leftrightarrow P(x_1)<P(x_2)$ οπότε η συνάρτηση P είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ και η (1) γίνεται:

$P\left(P\left(x^2\right)\right)<P(P(100))\overset{P\nearrow}{\Leftrightarrow}P\left(x^2\right)<P(100)\overset{P\nearrow}{\Leftrightarrow}x^2<100\Leftrightarrow|x|<10\Leftrightarrow-10<x<10$.

5. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\frac{1}{10}x^3+\eta\mu\alpha\, x^2+\sigma\upsilon\nu\beta\, x-\frac{4}{5}$, $\alpha, \beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ το οποίο έχει παράγοντα το $x-1$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το $x+1$ είναι $-\frac{3}{5}$.

α) Να δείξετε ότι $\eta\mu\alpha=\frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\beta=\frac{1}{5}$.

β) Να υπολογίσετε το $\eta\mu(\alpha+\beta)$.

γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης P είναι πάνω από τον άξονα x΄x.

δ) Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $\upsilon(x)$ με το $Q(x)=\frac{1}{10}(x^2-x+1)$.

ε) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{\dfrac{\upsilon(x)-\frac{7x}{10}+\frac{7}{5}}{Q(x)}}=x+4$.

Λύση

α) Επειδή το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $x-1$ ισχύει ότι

$$P(1)=0\Leftrightarrow \frac{1}{10}+\eta\mu\alpha+\sigma\upsilon\nu\beta-\frac{4}{5}=0\Leftrightarrow \eta\mu\alpha+\sigma\upsilon\nu\beta=\frac{7}{10}\quad (1)$$

Επειδή το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το $x+1$ είναι $-\frac{3}{5}$ ισχύει ότι

$$P(-1)=-\frac{3}{5}\Leftrightarrow -\frac{1}{10}+\eta\mu\alpha-\sigma\upsilon\nu\beta-\frac{4}{5}=-\frac{3}{5}\Leftrightarrow \eta\mu\alpha-\sigma\upsilon\nu\beta=\frac{3}{10}\quad (2)$$

Από $(1)+(2)\Rightarrow 2\eta\mu\alpha=1\Leftrightarrow \eta\mu\alpha=\frac{1}{2}$ και από την $(1)\Rightarrow \frac{1}{2}+\sigma\upsilon\nu\beta=\frac{7}{10}\Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\beta=\frac{7}{10}-\frac{5}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

β) $\eta\mu^2\alpha+\sigma\upsilon\nu^2\alpha=1\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2+\sigma\upsilon\nu^2\alpha=1\Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\alpha=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\alpha=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

Επειδή $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ είναι $\sigma\upsilon\nu\alpha>0$ άρα $\sigma\upsilon\nu\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\eta\mu^2\beta+\sigma\upsilon\nu^2\beta=1\Leftrightarrow \eta\mu^2\beta+\left(\frac{1}{5}\right)^2=1\Leftrightarrow \eta\mu^2\beta=1-\frac{1}{25}=\frac{24}{25}\Leftrightarrow \eta\mu\beta=\pm\frac{\sqrt{24}}{5}=\pm\frac{2\sqrt{6}}{5}$

Επειδή $\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ είναι $\eta\mu\beta>0$ άρα $\eta\mu\beta=\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

$\eta\mu(\alpha+\beta)=\eta\mu\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\beta+\sigma\upsilon\nu\alpha\cdot\eta\mu\beta=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{1+2\sqrt{18}}{10}=\frac{1+6\sqrt{2}}{10}$

γ) Από β) $P(x)=\frac{1}{10}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}$.

Η γραφική της συνάρτησης P είναι πάνω από τον άξονα x΄x όταν

$P(x)>0\Leftrightarrow \frac{1}{10}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}>0\Leftrightarrow x^3+5x^2+2x-8>0\Leftrightarrow$

$(x-1)(x^2+6x+8)>0$

1	5	2	-8	$\rho=1$
	1	6	8	
1	6	8	0	

Το τριώνυμο x^2+6x+8 έχει ρίζες $x_1=-2$, $x_2=-4$.
Με βάση τον διπλανό πίνακα προσήμων, έχουμε:
$(x-1)\left(x^2+6x+8\right)>0 \Leftrightarrow x\in(-4,-2)\cup(1,+\infty)$

x	$-\infty$	-4		-2		1	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
x^2+6x+8	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

δ) Κάνοντας τη διαίρεση προκύπτει πηλίκο $\pi(x)=x+6$, υπόλοιπο $\upsilon(x)=\frac{7}{10}x-\frac{7}{5}$ και ο τύπος της διαίρεσης είναι:

$$P(x)=\left(\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}x+\frac{1}{10}\right)(x+6)+\frac{3}{5}x-\frac{7}{5}$$

$$\begin{array}{r|l}
\frac{1}{10}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5} & \frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}x+\frac{1}{10} \\ \hline
+\quad -\frac{1}{10}x^3+\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}x & x+6 \\ \hline
\frac{6}{10}x^2+\frac{1}{10}x-\frac{4}{5} & \\
+\quad -\frac{6}{10}x^2+\frac{6}{10}x-\frac{6}{10} & \\ \hline
\frac{7}{10}x-\frac{7}{5} &
\end{array}$$

ε) Αρχικά πρέπει $Q(x)\neq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}\left(x^2-x+1\right)\neq 0 \Leftrightarrow x^2-x+1\neq 0$ που ισχύει αφού έχει $\Delta=-3<0$

$$\sqrt{\frac{P(x)-\frac{7x}{10}+\frac{7}{5}}{Q(x)}}=x+4 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}x+\frac{1}{10}\right)(x+6)+\cancel{\frac{7}{10}x}-\cancel{\frac{7}{5}}-\cancel{\frac{7x}{10}}+\cancel{\frac{7}{5}}}{\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}x+\frac{1}{10}}}=x+4 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{\frac{\cancel{\left(\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}x+\frac{1}{10}\right)}(x+6)}{\cancel{\frac{1}{10}x^2-\frac{1}{10}x+\frac{1}{10}}}}=x+4 \Leftrightarrow \sqrt{x+6}=x+4 \quad (3)$$

Πρέπει $\begin{cases} x+6\geq 0 \\ x+4\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -6 \\ x\geq -4 \end{cases} \Rightarrow x\geq -4$

$(3)\Rightarrow\left(\sqrt{x+6}\right)^2=(x+4)^2 \Leftrightarrow x+6=x^2+8x+16 \Leftrightarrow x^2+7x+10=0 \Leftrightarrow$

$(x=-2 \text{ δεκτή ή } x=-5 \text{ απορρίπτεται})$