Άλγεβρα Α΄ Λυκείου
Κριτήριο αξιολόγησης στις εξισώσεις 2ου βαθμού

ΟΜΑΔΑ Α

Ονοματεπώνυμο……………………………………………………………..ημ/νια:

ΘΕΜΑ 1ο

α) Η εξίσωση $x^2-5x+2=0$, έχει S=2 και P=5 Σ Λ

β) Αν α, γ ετερόσημοι αριθμοί, η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ έχει δύο άνισες ρίζες Σ Λ

γ) Αν η εξίσωση $x^2-\lambda x+1=0$, $\lambda\in R^*$ έχει δύο ρίζες άνισες, αυτές είναι αντίστροφες. Σ Λ

δ) Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ οι $-\rho_1$, $-\rho_2$ είναι ρίζες της $\alpha x^2-\beta x+\gamma=0$ Σ Λ

ε) Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$ τότε $\rho_1^2+\rho_2^2=\dfrac{\beta^2-\gamma}{\alpha^2}$ Σ Λ

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2ο

i. Αν η εξίσωση $x^2-2x-\kappa=0$ έχει 2 ρίζες άνισες, για τον πραγματικό αριθμό κ ισχύει:
Α. $\kappa<-1$ Β. $\kappa\leq -1$ Γ. $\kappa<0$ Δ. $\kappa>-1$ Ε. κ οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός

ii. Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2+7x+2=0$ τότε η παράσταση $\kappa x_1+\kappa x_2$, $\kappa\neq 0$ ισούται με:
Α. 7 Β. -7 Γ. 7κ Δ. -7κ Ε. $7\kappa^2$

iii. Αν $x_1=3$ και P=3, τότε η τιμή του S είναι:
Α. -4 Β. -2 Γ. 0 Δ. 2 Ε. 4

iv. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $5x^2+7x+2=0$, τότε η εξίσωση με ρίζες $\dfrac{1}{x_1},\dfrac{1}{x_2}$ είναι η:
Α. $7x^2+2x+5=0$ Β. $2x^2+7x+5=0$ Γ. $5x^2-7x+2=0$ Δ. $2x^2-7x+5=0$ Ε. $2x^2-7x-5=0$.

v. Η εξίσωση $(x+1)^2=x+1$ έχει ρίζες:
Α. το 0 Β. μόνο το -1 Γ. το 0 και -1 Δ. διαφορετικές από 0 και -1.

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3ο

Να λύσετε την εξίσωση: $\alpha^2\cdot x^2-2\alpha^3\cdot x+\alpha^4-1=0$, $\alpha\neq 0$ (μονάδες 5)

Καλή Επιτυχία! Στέλιος Μιχαήλογλου

Άλγεβρα Α΄ Λυκείου

Κριτήριο αξιολόγησης στις εξισώσεις 2ου βαθμού

ΟΜΑΔΑ Β

Ονοματεπώνυμο………………………………………………………………..ημ/νια:

ΘΕΜΑ 1ο

i. Η εξίσωση $x^2-8x+2=0$ έχει S=2 και P=8	Σ	Λ
ii. Η εξίσωση x^2-λx-2=0, $\lambda\in\mathbb{R}$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.	Σ	Λ
iii. Όταν μια ρίζα μιας εξίσωσης είναι το 2 και P=4, τότε Δ=0	Σ	Λ
iv. Υπάρχουν δύο πραγματικοί αριθμοί με άθροισμα και γινόμενο ίσο με 1.	Σ	Λ
v. Όταν Δ>0 και S=1, οι ρίζες είναι αντίστροφοι αριθμοί.	Σ	Λ

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2ο

i. Η διακρίνουσα της εξίσωσης $x^2-3(y-1)x+y^2-4=0$ ως προς x, είναι:

Α. $9-4y^2$ Β. $9(y-1)^2+16$ Γ. $(y-1)^2+16$ Δ. $9(y-1)^2+16-4y^2$

ii. Αν x_1= 2 και S= - 6, τότε η τιμή του P είναι:

Α. –4 Β. –3 Γ. –16 Δ. –12 Ε. 12

iii. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, $\alpha\neq 0$, η τιμή της παράστασης $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ είναι:

Α. $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ Β. $\frac{-\gamma}{\beta}$ Γ. $-\frac{\alpha}{\beta}$ Δ. $\frac{\beta}{\gamma}$ Ε. $-\frac{\beta}{\gamma}$

iv. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $5x^2+7x+2=0$, τότε η εξίσωση με ρίζες x_1^2 ,x_2^2 είναι η:

Α. $25x^2-29x+4=0$ Β. $25x^2+4x-29=0$ Γ. $5x^2-7x+2=0$ Δ. $2x^2-7x+5=0$ Ε. $2x^2-7x-5=0$.

v. Η εξίσωση $(x-2)^2=x-2$ έχει ρίζες:

Α. το 0 Β. μόνο 2 Γ. το 2 και 3 Δ. το-2 και το -3 Ε. καμιά από τις προηγούμενες

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3ο

Να λυθεί η εξίσωση: $x^2-\frac{\alpha-\beta}{2}x-\frac{\alpha\beta}{4}=0$ με α,β >0. (μονάδες 5)

Καλή Επιτυχία! Στέλιος Μιχαήλογλου

Λύσεις

ΟΜΑΔΑ Α

ΘΕΜΑ 1ο

α) Λ β) Σ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ 2ο

i. Α ii. Δ iii. Ε iv. Β v. Γ

ΘΕΜΑ 3ο

$\alpha^2 \cdot x^2 - 2\alpha^3 \cdot x + \alpha^4 - 1 = 0$, $\alpha \neq 0$

Είναι $\Delta = \left(-2\alpha^3\right)^2 - 4 \cdot \alpha^2\left(\alpha^4 - 1\right) = \cancel{4\alpha^6} - \cancel{4\alpha^6} + 4\alpha^2 = 4\alpha^2 > 0$ άρα η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες, τις

$$x_{1,2} = \frac{2\alpha^3 \pm 2\alpha}{2\alpha^2} = \frac{\cancel{2}\cancel{\alpha}\left(\alpha^2 \pm 1\right)}{\cancel{2}\alpha^{\cancel{2}}} = \frac{\alpha^2 \pm 1}{\alpha}$$

ΟΜΑΔΑ Β

ΘΕΜΑ 1ο

i. Λ ii. Λ iii. Σ iv. Λ v. Λ

ΘΕΜΑ 2ο

i. Β ii. Γ iii. Ε iv. Α v. Γ

ΘΕΜΑ 3ο

$$x^2 - \frac{\alpha - \beta}{2}x - \frac{\alpha\beta}{4} = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 2\left(\alpha - \beta\right)x - \alpha\beta = 0$$

$$\Delta = 4\left(\alpha - \beta\right)^2 - 4 \cdot 4\left(-\alpha\beta\right) = 4\left(\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2\right) + 16\alpha\beta = 4\left(\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 + 4\alpha\beta\right) = 4\left(\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2\right) = 4\left(\alpha + \beta\right)^2$$

Επειδή $\alpha\beta > 0$ οι α,β είναι ομόσημοι, άρα $\alpha + \beta > 0$ ή $\alpha + \beta < 0$, άρα $4\left(\alpha + \beta\right)^2 > 0 \Rightarrow \Delta > 0$, οπότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες, τις: $x_{1,2} = \dfrac{2\left(\alpha - \beta\right) \pm 2\left(\alpha + \beta\right)}{8}$

Άρα $x = \dfrac{2\alpha - \cancel{2\beta} + 2\alpha + \cancel{2\beta}}{8} = \dfrac{4\alpha}{8} = \dfrac{\alpha}{2}$ ή $x = \dfrac{\cancel{2\alpha} - 2\beta - \cancel{2\alpha} - 2\beta}{8} = -\dfrac{4\beta}{8} = -\dfrac{\beta}{2}$