

# ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

- Σε ένα ράφι ενός βιβλιοπωλείου βρίσκονται βιβλία Μαθηματικών και Φυσικής. Αν τα βιβλία Μαθηματικών είναι 5 περισσότερα από τα βιβλία Φυσικής και  $P(M) = P(F)$  οι αντίστοιχες πιθανότητες τυχαίας εκλογής βιβλίου Μαθηματικών και Φυσικής αντίστοιχα, να βρείτε τον ελάχιστο αριθμό βιβλίων που πρέπει να υπάρχει στο ράφι, ώστε να ισχύει:  $P(F) \geq \frac{3}{4}P(M)$
  - Εστω  $A$ ,  $B$  δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  τέτοια ώστε να ισχύει:  $P(A) = 3/5$ ,  $P(B) = 2/3$  και  $P(A \cup B) = 7/10$ . Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
    - Να μην πραγματοποιηθεί το  $A$ .
    - Να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα τα  $A$  και  $B$ .
    - Να πραγματοποιηθεί μόνο το  $B$ .
    - Να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα  $A$  και  $B$ .
    - Να πραγματοποιηθεί ακριβώς ένα από τα  $A$  και  $B$ .
  - Μία ομάδα έχει πιθανότητα να κερδίσει το πρωτάθλημα 40%, το κύπελλο 15% ενώ και τα δύο 8%. Να βρείτε τις πιθανότητες:
    - Να κερδίσει ένα τουλάχιστον τίτλο.
    - Να κερδίσει μόνο το πρωτάθλημα.
    - Να κερδίσει μόνο το κύπελλο.
    - Να κερδίσει μόνο τον ένα από τους δύο τίτλους.
  - Από 38 άτομα μιας τάξης, που ρωτήθηκαν, οι 14 απάντησαν ότι έγραψαν άριστα σ' ένα διαγώνισμα ( $A$ ), οι 23 ότι έγραψαν άριστα σ' ένα διαγώνισμα ( $B$ ) και οι 5 έγραψαν άριστα και στα δύο. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα άτομο να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:
    - Το άτομο δεν έγραψε άριστα σε κανένα διαγώνισμα.
    - Το άτομο έγραψε άριστα μόνο στο ( $A$ ).
    - Το άτομο έγραψε άριστα μόνο στο ( $B$ ).
  - Από 120 μαθητές ενός Λυκείου, 24 μαθητές συμμετέχουν στο διαγωνισμό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, 20 μαθητές συμμετέχουν στο διαγωνισμό της Ένωσης Ελλήνων Φυσικών και 12 μαθητές συμμετέχουν και στους δύο διαγωνισμούς. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Ποια είναι η πιθανότητα ο μαθητής:
    - Να συμμετέχει σ' έναν τουλάχιστον από τους δύο διαγωνισμούς;
    - να συμμετέχει μόνο σ' έναν από τους δύο διαγωνισμούς;
    - να μην συμμετέχει σε κανέναν από τους δύο διαγωνισμούς;
  - Σε μια τάξη υπάρχουν 40 αγόρια και 27 κορίτσια. Τα  $3/5$  των αγοριών και τα  $4/9$  των κοριτσιών έγραψαν άριστα σ' ένα διαγώνισμα των μαθηματικών. Να βρεθεί η πιθανότητα, αν επιλεγεί τυχαία ένα άτομο, να είναι κορίτσι ή να έγραψε άριστα στο διαγώνισμα.
  - Από τους 10.000 ψηφοφόρους μιας πόλης το 45% είναι άνδρες. Το 36% των ανδρών και το 40% των γυναικών ψήφισαν στις εκλογές το κόμμα «τιμιότητα». Επιλέγουμε τυχαία ένα ψηφοφόρο (άνδρα ή γυναίκα). Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
    - Να είναι γυναίκα.
    - Να ψήφισε «τιμιότητα».
    - Να είναι άνδρας ή να ψήφισε «τιμιότητα».

## Στέλιος Μιχαήλογλου

8. Στο σύλλογο καθηγητών ενός λυκείου το 55% είναι γυναίκες, το 40% των καθηγητών είναι φιλόλογοι και το 30% είναι γυναίκες φιλόλογοι. Επιλέγουμε τυχαία έναν καθηγητή για να εκπροσωπήσει το σύλλογο σε κάποια επιτροπή. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες ο καθηγητής να είναι:
- α. γυναίκα ή φιλόλογος                  β. γυναίκα και όχι φιλόλογος  
γ. άνδρας και φιλόλογος                  δ. άνδρας ή φιλόλογος.
9. Σε μια δημοσκόπηση σχετικά με την ακροαματικότητα και την τηλεθέαση, το 20% των ερωτηθέντων δεν είδε τηλεόραση, το 40% δεν άκουσε ραδιόφωνο και το 10% δεν είδε τηλεόραση και δεν άκουσε ραδιόφωνο. Να βρείτε την πιθανότητα και να είδε τηλεόραση και να άκουσε ραδιόφωνο.
10. Από το σύνολο των κατοίκων της Αθήνας το 25% βλέπει το κανάλι ΑΛΦΑ, το 85% δεν βλέπει το κανάλι ΒΗΤΑ και το 38% βλέπει τουλάχιστον ένα από τα δύο κανάλια. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων :
- Κ : Ένας τυχαίος κάτοικος να βλέπει και τα δύο κανάλια.  
Λ : Ένας τυχαίος κάτοικος να μη βλέπει κανένα από τα δύο κανάλια.  
Μ : Ένας τυχαίος κάτοικος να βλέπει μόνο το κανάλι ΑΛΦΑ.
11. Σε μια έρευνα μεταξύ μαθητών μιας τάξης διαπιστώθηκε ότι :  
Το 40% δεν είχε διαβάσει αρχαία, το 80% δεν είχε διαβάσει μαθηματικά και το 40% δεν είχε διαβάσει και τα δύο μαθήματα. Να βρείτε την πιθανότητα ένας μαθητής να έχει διαβάσει και τα δύο μαθήματα.
12. Εστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A)=0,8$ ,  $P(B)=0,6$  και  $P(A \cup B)=0,9$ .  
Να υπολογίσετε τις πιθανότητες  $P(A \cap B)$ ,  $P(A-B)$ ,  $P(A \cup B')$ .
13. Εστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A)=0,4$ ,  $P(B')=0,8$  και  $P[(A-B) \cup (B-A)]=0,4$ . Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα  $A$  και  $B$ .
14. Εστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα δειγματικού χώρου  $\Omega$  για τα οποία ισχύει:  $P(A)=\frac{1}{3}$ ,  $P(B)=\frac{1}{2}$  και  $P(A \cup B)=\frac{2}{3}$ .
- i. Να αποδείξετε ότι  $A \cap B \neq \emptyset$ .  
ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα  $A$  και  $B$ .
15. Για τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , ισχύουν:  
 $P(A)=\frac{1}{4}$ ,  $P(B)=\frac{1}{5}$  και  $P(A \cup B)=\frac{3}{10}$ .
- a) Να αποδειχθεί ότι τα  $A$  και  $B$  δεν είναι ασυμβίβαστα.  
b) Να υπολογιστεί η πιθανότητα πραγματοποίησης μόνο του  $A$ .
16. Εστω  $A$  και  $B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ . Να αποδείξετε ότι:  $P(A \cup B) = 1 - P(A')P(B')$ .