

## Κριτήριο αξιολόγησης στις εξισώσεις 2ου βαθμού και στις κλασματικές εξισώσεις

### ΘΕΜΑ Α

Να λύσετε την εξισώση:  $x^2 - 2x = 0$

**A1.** με τη βοήθεια του τύπου.

μ 2

**A2.** με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων.

μ 2

### ΘΕΜΑ Β

Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$  αν γνωρίζουμε ότι η εξίσωση  $x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 + 5\lambda + 9 = 0$  έχει ως λύση τον αριθμό 1. μ 4

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = (2x-2)^2 - (x-4)^2 + 24 - 15x$ .

**Γ1.** Κάνοντας πράξεις, να αποδείξετε ότι  $P(x) = 3x^2 - 15x + 12$ .

μ 2

**Γ2.** Να λύσετε την εξίσωση  $3x^2 - 15x + 12 = 0$ .

μ 3

**Γ3.** Να παραγοντοποιήσετε το  $P(x)$ .

μ 3

**Γ4.** Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{15}{3x^2 - 15x + 12} + \frac{3}{x-1} = -1$ .

μ 4

Καλή τύχη!

Στέλιος Μιχαήλογλου

**ΛΥΣΕΙΣ**

askisopolis

## ΘΕΜΑ Α

**A1.**  $\alpha = 1, \beta = -2, \gamma = 0, \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 4,$

$$x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{2+2}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{2-2}{2} = 0$$

**A2.**  $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ή } x=2$

## ΘΕΜΑ Β

Επειδόν το 1 είναι ρίζα της εξίσωσης  $x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 + 5\lambda + 9 = 0$ , ισχύει ότι:

$$1^2 + 2\lambda \cdot 1 + \lambda^2 + 5\lambda + 9 = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 + 7\lambda + 10 = 0$$

Η τελευταία είναι εξίσωση 2ου βαθμού με διακρίνουσα  $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$  και ρίζες

$$\lambda_1 = \frac{-7 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 + 3}{2} = -2, \quad \lambda_2 = \frac{-7 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 - 3}{2} = -5$$

Άρα  $\lambda = -2$  ή  $\lambda = -5$

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $P(x) = (2x-2)^2 - (x-4)^2 + 24 - 15x = 4x^2 - 8x + 4 - (x^2 - 8x + 16) + 24 - 15x \Leftrightarrow$

$$P(x) = 4x^2 - 8x + 4 - x^2 + 8x - 16 + 24 - 15x = 3x^2 - 15x + 12$$

**Γ2.**  $\Delta = (-15)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 225 - 144 = 81$

$$x_1 = \frac{-(-15) + \sqrt{81}}{2 \cdot 3} = \frac{15 + 9}{6} = 4, \quad x_2 = \frac{-(-15) - \sqrt{81}}{2 \cdot 3} = \frac{15 - 9}{6} = 1$$

**Γ3.**  $P(x) = \alpha(x-x_1)(x-x_2) = 3(x-4)(x-1).$

**Γ4.**  $\frac{15}{3x^2 - 15x + 12} + \frac{3}{x-1} = -1 \Leftrightarrow \frac{15}{\beta(x-4)(x-1)} + \frac{3}{x-1} = -1.$

$$EKP = (x-4)(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4 \text{ και } x \neq 1$$

$$(x-4)(x-1) \frac{5}{(x-4)(x-1)} + (x-4)(x-1) \frac{3}{x-1} = -(x-4)(x-1) \Leftrightarrow 5 + 3(x-4) = -x^2 + 4x + x - 4 \Leftrightarrow$$

$$5 + 3x - 12 + x^2 - 4x - x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Η τελευταία είναι 2ου βαθμού με διακρίνουσα  $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$  και ρίζες

$$x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{16}}{2} = \frac{2+4}{2} = 3, \quad x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{16}}{2} = \frac{2-4}{2} = -1 \text{ που είναι δεκτές.}$$